

ارائه مدل دوهدفه برای مسئله زمان بندی جریان کارگاهی با محدودیت دسترسی به ماشین ها

محمد رضایی ملک^۱، رضا توکلی مقدم^{۲*} و فرشید عوض آبادیان^۳

^۱ دانشجوی دکتری مهندسی صنایع پردیس دانشکده های فنی دانشگاه تهران

^۲ استاد دانشکده مهندسی صنایع پردیس دانشکده های فنی دانشگاه تهران

^۳ کارشناس ارشد مهندسی صنایع پردیس دانشکده های فنی دانشگاه تهران

(تاریخ دریافت ۹۲/۴/۲۹ - تاریخ دریافت روایت اصلاح شده ۹۳/۲/۲۰ - تاریخ تصویب ۹۳/۳/۲۴)

چکیده

در این مقاله یک مدل ریاضی دوهدفه جدید برای مسئله زمان بندی جریان کارگاهی جای گشتی در حالت بدون ایست با فرض عدم دسترسی به ماشین ها، به دلیل عملیات نگهداری و تعمیرات (نت) پیشگیرانه، ارائه می شود. این مدل شامل دو هدف حداقل سازی دامنه عملیات و حداقل سازی مجموع زودکرد و دیرکرد است. عملیات نت در نظر گرفته شده در این مقاله مدت زمان ثابت دارد و می تواند هر لحظه روی ماشین ها شروع شود. اما زمان بین دو عملیات نت متوالی نباید از یک مدت زمان مشخص بیشتر باشد. برای حل مدل پیشنهادی از روش چبیشف سطح ذخیره استفاده و نتایج عددی به دست آمده از اجرای مدل به کمک این روش گزارش شد. مقایسه نتایج این روش با روش محدودیت اپسیلون کارآمدی روش چبیشف سطح ذخیره را نشان می دهد.

واژه های کلیدی: بهینه سازی دوهدفه، دامنه عملیات، زمان بندی جریان کارگاهی جای گشتی، مجموع زودکرد

و دیرکرد، نت پیشگیرانه

مقدمه

کارگاهی جای گشتی ترتیب پردازش کارها روی ماشین ها برای هر مرحله بعدی پردازش یکسان است [۱]. هر یک از مدل های اشاره شده می توانند مفروضات و محدودیت هایی داشته باشند. زمان دسترسی به کار^۵، زمان راه اندازی^۶، قابلیت انقطاع^۷، پیش نیازی^۸، و در دسترس بودن^۹ از این مفروضات و محدودیت هاست [۱]. در بیشتر تحقیق هایی که در زمینه زمان بندی کارها صورت گرفته، فرض شده ماشین ها همواره برای پردازش در دسترس اند. ولی این فرض در فضای واقعی صنعت در بیشتر موارد درست نیست. زیرا ممکن است یک ماشین طی دوره زمانی خاصی، به دلایلی همچون خرابی ماشین^{۱۰} یا عملیات نگهداری و تعمیرات (نت) پیشگیرانه^{۱۱}، در دسترس نباشد. در صورتی که عدم دسترسی به ماشین ها به دلیل عملیات نت پیشگیرانه

مسئله زمان بندی به معنای تعیین توالی انجام دادن کارها به گونه ای است که هدف معینی را در سیستمی مفروض برآورده کند. در این مسئله تعدادی کار وجود دارد. در هر لحظه هر ماشین حداکثر می تواند یک کار را پردازش کند و هر کار را باید تعدادی از ماشین ها پردازش کنند. زمان پردازش کار i بر ماشین j به صورت p_{ij} نمایش داده می شود. بر حسب تعداد ماشین ها، سیستم ها به دو نوع تک ماشینه^۱ و چند ماشینه تقسیم می شوند. سه مدل از مدل های مشهور برای حالت چند ماشینه عبارت اند از جریان کارگاهی^۲، کار کارگاهی^۳، و کارگاه باز^۴. در جریان کارگاهی هر کار به m عملیات نیاز دارد که اولین عمل آن باید روی ماشین m_1 دومین عمل آن روی ماشین m_2 و به همین ترتیب روی بقیه ماشین ها انجام شود [۱]. در مسئله جریان

مسئله دوماشینه

اولین مسئله دوماشینه جریان کارگاهی با در نظرگیری محدودیت دسترسی را لی [۳] بررسی کرد. اگرچه مسئله دوماشینه ساده، بدون وجود حفره روی ماشین‌ها، قابل حل با روش قانون جانسون^{۲۴} در زمان خطی بود، او با در نظر گرفتن یک حفره روی ماشین اول ثابت کرد که این مسئله NP-hard^{۲۵} است و یک روش برنامه‌ریزی پویا^{۲۶} برای حل بهینه آن ارائه کرد. او همچنین دو روش ابتکاری^{۲۷}، یکی در صورتی که یک حفره روی ماشین اول رخ دهد و دیگری برای حالتی که حفره روی ماشین دوم رخ دهد، ارائه داد. آلابوی و همکاران [۴] اعلام کردند در صورتی که زمان حفره اول به طور دقیق برابر باشد با زمان پردازش کل کارهای مجموعه‌ای که قبل از حفره واقع می‌شود، آن‌گاه الگوریتم جانسون^{۲۸} به جواب بهینه منجر می‌شود. آن‌ها این موضوع را با مقایسه زوجی ثابت کردند. بریت [۵] و ان‌جی و کوالیوف [۶] مسئله دوماشینه با وجود یک حفره روی ماشین اول را مطالعه کردند. آن‌ها ابتدا خصوصیت‌هایی را برای توالی بهینه بیان کردند و روشی ابتکاری با بدترین خطای نسبی^{۲۹} ۳/۲ برای مسئله ارائه دادند. لی [۳] نشان داد در صورتی که یک توالی بهینه برای مسئله وجود دارد که در آن مجموعه کارهایی که بعد از ماشین دوم انجام می‌شود و سایر کارهای باقی‌مانده بر اساس قانون جانسون مرتب شده باشد. ان‌جی و کوالیوف [۶] ثابت کردند جواب بهینه‌ای وجود دارد که در آن کارهایی که روی ماشین دوم بعد از حفره رخ می‌دهد بر اساس قانون جانسون مرتب شده است. وانگ و چنگ [۷] برای همین مسئله، در صورتی که زمان آماده‌سازی به فرضیات اضافه شود، روشی ابتکاری با بدترین خطای نسبی ۲/۳ ارائه کردند.

مسائل زمان‌بندی به وسیله سه گانه $\alpha|\beta|\gamma$ توصیف می‌شوند. α محیط کاری را توصیف می‌کند و شامل یک نهاد می‌شود. β ویژگی‌ها و محدودیت‌های فرآیند را توصیف می‌کند و ممکن است هیچ ویژگی خاصی به وسیله آن بیان نشود (بدون نهاد). γ به هدفی اشاره می‌کند که حداقل‌سازی می‌شود و فقط شامل یک نهاد می‌شود [۱].

باشد، دو حالت ممکن است رخ دهد. حالت اول آن است که زمان عملیات نت مشخص باشد و در حالت دیگر ممکن است زمان شروع عملیات نت از پیش تعیین نشده و به متغیر تصمیم وابسته باشد؛ طوری که این عملیات می‌تواند در هر لحظه روی ماشین‌ها شروع شود، ولی زمان بین دو عمل نت متوالی نباید از مقدار مشخصی بیشتر باشد. این پژوهش به بررسی مسئله در حالت دوم پرداخت.

هر دوره عدم دسترسی به یک ماشین را یک حفره^{۱۲} می‌نامند. بسته به عملکرد ماشین‌ها روی کارها، می‌توان سه سناریو^{۱۳} برای عملی که بخشی از آن به علت عدم دسترسی ناتمام مانده است در نظر گرفت؛ سناریوی قابل ادامه‌دهی^{۱۴}، سناریوی غیر قابل ادامه‌دهی^{۱۵}، سناریوی شبه قابل ادامه‌دهی^{۱۶} [۱]. در سناریوی غیر قابل ادامه‌دهی، بعد از حفره، زمان عمل برابر کل زمان عمل اصلی است. به عبارت دیگر، در این حالت، در صورت وقوع خرابی، عمل باید از سر گرفته شود. در این پژوهش سناریوی غیر قابل ادامه‌دهی در نظر گرفته شد.

اهداف متفاوتی در توالی کارها در مسئله زمان‌بندی دنبال می‌شوند؛ از جمله [۱]: حداقل‌سازی دامنه عملیات^{۱۷}، حداقل‌سازی حداکثر دیرکرد^{۱۸} (فاصله زمانی بین زمان موعد تحویل یک کار و زمان تکمیل آن)، حداقل‌سازی مجموع زمان‌های تکمیل^{۱۹} (وزنی)^{۲۰}، حداقل‌سازی مجموع دیرکرد^{۲۱} (وزنی)^{۲۲}، و حداقل‌سازی مجموع زودکرد و دیرکرد^{۲۳}. حداقل‌سازی دامنه عملیات عبارت است از حداقل‌سازی زمان تکمیل همه کارهایی که باید در برنامه‌ریزی انجام شود. به عبارت دیگر، زمانی را که آخرین کار تمام می‌شود حداقل می‌کند. حداقل‌سازی مجموع زودکرد و دیرکرد عبارت است از حداقل‌سازی مجموع زودکرد و دیرکرد از زمان موعد تحویل کارها.

پیشینه تحقیق

مطالعات بسیاری در زمینه بررسی عملیات نت در سیستم جریان کارگاهی صورت گرفته است. در این میان سیستم جریان کارگاهی با دو ماشین توجه بیشتری به خود معطوف کرده است [۲].

خطای نسبی قانون جانسون کمتر یا مساوی ۱ است. آلاوی و آرتیبا [۱۰] مسئله جریان کارگاهی ترکیبی با محدودیت دسترسی را به منظور حداقل‌سازی دامنه عملیات در حالت دوماشینه در نظر گرفتند. آن‌ها برنامه‌ریزی پویایی برای مسئله ارائه دادند و آن را با الگوریتم شاخه و کران حل کردند.

در مسئله جریان کارگاهی دوماشینه با محدودیت ذخیره، اگر کاری روی ماشین اول تمام شد ولی ماشین دوم همچنان مشغول کار بود، کار بدون هیچ محدودیتی می‌تواند ذخیره شود تا ماشین دوم آزاد شود. اما در مسئله جریان کارگاهی دوماشینه، در حالت بدون ایست، امکان توقف کار بین ماشین‌ها وجود ندارد. زمان شروع پردازش کار روی ماشین دوم برابر است با زمان تکمیل کار روی ماشین اول. همه کارها باید به طور پیوسته، بدون تأمل بین ماشین‌ها، انجام شود. در ادامه، مسئله دوماشینه جریان کارگاهی بدون ایست، با در نظر گرفتن محدودیت دسترسی، بررسی می‌شود.

این مسئله با در نظر گرفتن فقط یک حفره روی یک ماشین NP-hard خواهد بود و در صورتی که بیش از یک حفره روی یکی از ماشین‌ها داشته باشیم، مسئله به شدت NP-hard خواهد شد. اسپینوس و همکاران [۱۱، ۱۲] روشی ابتکاری بر پایه الگوریتم گیلیمور و گومری^{۳۰} با بدترین حالت نسبی $R_H \leq 1$ ، برای حالتی که فقط یک حفره روی ماشین اول باشد، ارائه دادند؛ برای دو حالت قابل ادامه‌دهی و غیر قابل ادامه‌دهی. آن‌ها همچنین روش ابتکاری دیگری برای این مسئله با یک حفره روی ماشین دوم، برای دو حالت قابل ادامه‌دهی و غیر قابل ادامه‌دهی، ایجاد کردند که خطای نسبی آن $R_H \leq 1$ است. وانگ و چنگ [۱۳] دو الگوریتم بهبودیافته برای دو مدل غیر قابل ادامه‌دهی ارائه دادند که اسپینوس و همکاران [۱۱] آن را مطالعه کرده بودند. آن‌ها در الگوریتم خود ۳ تا ۵ توالی برای مسئله ایجاد می‌کردند و سپس کوچک‌ترین عدد را از میان مقادیر دامنه عملیات به منزله الگوریتم بهبودیافته معرفی می‌کردند. آن‌ها نشان دادند الگوریتم بهبودیافته جدید دارای بدترین حالت نسبی $1/3$ است. چنگ و لیو [۹] یک PTAS^{۳۱} برای حالت غیر قابل ادامه‌دهی، در

با توجه به فرض‌های قابل ادامه‌دهی و شبه قابل ادامه‌دهی و غیر قابل ادامه‌دهی بودن کارها، تحقیق‌های زیادی انجام شده است. لی [۸] مسئله‌های $F_{2,h_{11}}|sr-a|C_{max}$ و $F_{2,h_{21}}|sr-a|C_{max}$ را بررسی کرد. F_m سیستم ماشینه را نشان می‌دهد. h_{ji} بیان‌کننده تعداد حفره‌هایی (i) است که روی ماشین j اتفاق می‌افتد. sr نشان‌دهنده قابلیت شبه ادامه‌دهی کار است. و a محدودیت دسترسی به ماشین‌ها را نشان می‌دهد. لی در پژوهش خود [۸] از پارامتر α ای استفاده کرد که نشان‌دهنده درصد کاری است که بعد از در دسترس قرار گرفتن ماشین باید دوباره پردازش شود ($\alpha \leq 1$). او نشان داد الگوریتم جانسون برای مسئله $F_{2,h_{11}}|sr-a|C_{max}$ به جواب بهینه منجر خواهد شد و برای مسئله قابل ادامه‌دهی (r) ، $F_{2,h_{11}}|r-a|C_{max}, \alpha=0$ ، در نظر گرفتن فرض توالی ثابت مناسب است. برای مسئله $F_{2,h_{11}}|sr-a|C_{max}$ او یک الگوریتم بر مبنای برنامه‌ریزی پویا ارائه کرد و نشان داد الگوریتم جانسون به جوابی با شعاع خطای کوچک‌تر از ۱ منتهی می‌شود. لی [۸] برای مسئله $F_{2,h_{21}}|sr-a|C_{max}$ نشان داد که الگوریتم جانسون به جوابی با محدوده خطای $R_{JA} \leq \max\{1/2, \alpha\}$ منتهی می‌شود. همچنین نشان داد مسئله $F_{2,h_{11}}|sr-a|C_{max}$ با فرض $\alpha > 0$ ، مسئله NP-hard است و الگوریتم جانسون برای این مسئله به جوابی با شعاع خطای α منجر می‌شود ($R_{JA} \leq \alpha$). چنگ و وانگ [۹] حالت خاصی از مسئله $F_{2,h_{21}}|sr-a|C_{max}$ را در نظر گرفتند و راه‌حلی ابتکاری، با بدترین حالت نسبی $R_H \leq 2/3$ ، برای حالت شبه قابل ادامه‌دهی ارائه کردند. در حالت غیر قابل ادامه‌دهی (nr)، آلاوی و همکاران [۴] مسئله را برای حالتی که فقط یک محدودیت دسترسی روی ماشین اول داشته باشیم ($F_{2,h_{11}}|nr-a|C_{max}$) مطالعه کردند. آن‌ها یک مدل برنامه‌ریزی پویا طبق آنچه لی [۳] گفته بود ارائه کردند که مستقل از زمان پردازش کارها بود. این موضوع موجب شد حجم محاسبات جهت جست‌وجوی جواب بهینه کاهش یابد. آن‌ها همچنین شرایطی را مطرح کردند که در آن قانون جانسون به جواب بهینه منجر می‌شود و ثابت کردند در سایر شرایط بدترین حالت

زمان پردازش به منابع در دسترس ارائه دادند. آن‌ها در هدف حداقل‌سازی زمان تکمیل نهایی و حداقل‌سازی کل هزینه منابع را برای مسئله در نظر گرفتند. فرانسولینی و همکاران [۱۹] الگوریتم اصلاح‌شده جست‌وجوی هارمونی^{۳۷} برای مسئله زمان‌بندی جریان کارگاهی چندهدفه ارائه دادند. آن‌ها سه هدف حداقل‌سازی حداکثر دیرکرد، زمان جریان، و حداکثر مدت تکمیل کل کارها را در نظر گرفتند. خلیلی و توکلی‌مقدم [۲۰] یک الگوریتم الکترومغناطیس^{۳۸} دوهدفه برای مسئله ارائه دادند. آن‌ها دو هدف حداکثر مدت تکمیل کارها و مجموع دیرکرد وزنی را در نظر گرفتند. در پژوهش حاضر دو هدف حداقل‌سازی دامنه عملیات و مجموع زودکرد و دیرکرد، به منزله اهداف مسئله، در نظر گرفته شد.

مرور پیشینه تحقیق نشان داد تحقیقات بسیاری در زمینه مسئله زمان‌بندی کارها در سیستم جریان کارگاهی با در نظر گرفتن عملیات نت صورت گرفته است. در این پژوهش‌ها اغلب بهینگی مسئله و خصوصیات جواب بهینه در حالت دوماشینه بررسی شده و مطالعات بسیار کمی در زمینه مسئله چندماشینه در سیستم جریان کارگاهی انجام شده است. تحقیقات انجام‌شده در این حوزه فقط مطالعات آگون [۱۵] و آگون و پورتمن [۱۶] است. آگون [۱۵] روشی ترکیبی از الگوریتم ژنیک و جست‌وجوی ممنوع برای رسیدن به جوابی تقریبی در حالت تک‌هدفه (حداقل‌سازی دامنه عملیات) ارائه کرد. او برای عملیات نت پنجره زمانی مشخص کرد؛ به گونه‌ای که زمان مجاز شروع و پایان عملیات نت مشخص است. نیز، آگون و پورتمن [۱۶] یک الگوریتم تقریبی ابتکاری برای زمان‌بندی دوهدهوی کارها، مبتنی بر روش هندسی، با هدف حداقل‌سازی دامنه عملیات، ارائه کردند. تفاوت پژوهش حاضر با دو پژوهش یادشده عبارت است از الف) ارائه یک مدل ریاضی عدد صحیح مختلط برای مسئله؛ ب) حداقل‌سازی هم‌زمان دو هدف دامنه عملیات و مجموع زودکرد و دیرکرد؛ ج) در نظر گرفتن پنجره زمانی برای عملیات نت، به گونه‌ای که فاصله بین دو عملیات نت متوالی از یک مدت زمان مشخص بیشتر نباشد. مزیت

صورتی که یک حفره روی فقط یک ماشین رخ دهد و در دسترس نبودن دو ماشین با هم تداخل نداشته باشد، ارائه دادند. کوبزین و استراسویچ [۱۴] مسئله را با وجود یک حفره روی ماشین دوم مطالعه کردند. آن‌ها سه حالت (قابل ادامه‌دهی، غیر قابل ادامه‌دهی، شبه قابل ادامه‌دهی) را در نظر گرفتند و نشان دادند که مسئله با وجود یک حفره روی ماشین اول NP-hard است و این نتیجه به راحتی برای یک حفره روی ماشین دوم قابل تعمیم خواهد بود. آن‌ها برای مسئله با یک حفره روی ماشین دوم الگوریتمی تقریبی برای هر سه حالت با بدترین حالت نسبی $1/2$ و الگوریتمی با بدترین حالت نسبی $4/3$ برای مسئله $F_{2,h_2|1|r-a,no-wait}C_{max}$ ارائه دادند.

مسئله چندماشینه

آگون [۱۵] مسئله‌ای را با وجود چندین دوره عدم دسترسی برای هر ماشین در نظر گرفت $F_{m,h_jk|r-}$ $(a,no-wait)C_{max}$. از آنجا که این مسئله به شدت NP-hard است، او در تعریف مسئله خود برای هر حفره یک پنجره زمانی^{۳۲} در نظر گرفت که عملیات نت باید در آن صورت می‌گرفت. او ابتدا ثابت کرد فرضیه توالی یکسان کارها برای همه ماشین‌ها در حالت جدید برقرار نیست و اگر یک کار در ماشین اول زودتر از کار دیگری انجام شده باشد، می‌تواند در ماشین دوم بعد از کار دوم انجام شود تا جواب بهینه شود. او همچنین دو روش فراابتکاری^{۳۳}، یکی بر پایه الگوریتم ژنتیک^{۳۴} و دیگری بر اساس جست‌وجوی ممنوع^{۳۵}، برای حل مسئله پیشنهاد کرد. آگون و پورتمن [۱۶] روشی ابتکاری بر پایه روش هندسی^{۳۶} برای حل این مسئله ارائه کردند. در روش آن‌ها کارها به صورت زوجی انتخاب و روش هندسی برای آن‌ها اجرا می‌شود. بر پایه این الگوریتم، آن‌ها روشی ابتکاری برای حل تقریبی مسئله با بیش از دو ماشین ارائه کردند.

مینلا و همکاران [۱۷] مقالات ارائه‌شده در زمینه الگوریتم‌های زمان‌بندی کارگاهی چندهدفه را مرور و ارزیابی کردند. مختاری و همکاران [۱۸] یک مدل دوهدفه برای زمان‌بندی کارگاهی با فرض وابستگی

متغیرهای مسئله

x_{it} در صورتی که کار نام i ($i=1, \dots, n$) به عنوان نامین صورت t ($t=1, \dots, n$) کار توالی پردازش شود برابر ۱ و در غیر این صورت ۰ خواهد بود.

c_{ijt} زمان تکمیل کار نام روی نامین ($j=1, \dots, m$) ماشین، اگر کار i به منزله نامین کار وارد چرخه کاری شود؛ در غیر این صورت برابر ۰ است.

r_{jt} زمان تمام شدن کار ماشین نام روی کاری که به عنوان کار نام وارد چرخه کاری می شود.

k_{ijt} حداکثر مقدار بین دو مقدار r_{jt-1} و c_{ij-t} ، در صورتی که مقدار x_{it} برابر ۱ باشد.

m_{kj} زمان پایان یافتن عمل نام ($k=1, \dots, S$) روی ماشین نام.

s_{jt} زمان تکمیل کار توالی نام روی ماشین نام.

y_{kjt} اگر نامین عمل نام روی ماشین نام درست بعد از عمل پردازش روی نامین کار ورودی صورت گیرد برابر ۱ است؛ در غیر این صورت برابر ۰ است.

ψ_i تفاوت بین زمان تکمیل کار نام و موعد تحویل آن.

M عدد بزرگ.

مدل ریاضی

با توجه به فرضیه‌های یادشده، روابط ۱ تا ۱۷ برای مسئله ارائه می شود:

$$\min z_1 = \sum_{i=1}^n c_{imm} \quad (1)$$

$$\min z_2 = \sum_{i=1}^n \psi_i \quad (2)$$

s.t.

$$c_{ijt} = k_{ijt} + p_{ij} \times x_{it} \quad \forall i, j, t \quad (3)$$

$$k_{ijt} - r_{jt-1} \geq 0 \quad \forall i, j, t \quad (4)$$

$$k_{ijt} - c_{ij-t} \geq -M \times (1 - x_{it}) \quad \forall i, j, t \quad (5)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{it} = 1 \quad \forall t \quad (6)$$

$$\sum_{t=1}^n x_{it} = 1 \quad \forall i \quad (7)$$

اصلی در نظر گرفتن پنجره زمانی بدین گونه، نسبت به آنچه آگون [۱۵] انجام داده است، این است که در واقعیت حضور تجهیزات و افراد لازم برای عملیات در بازه‌های زمانی مشخص همیشه امکان پذیر نیست؛ در حالی که پنجره زمانی تعریف شده در این پژوهش اجباری به انجام دادن عملیات در بازه‌های مشخص ندارد، بلکه فرایند را ملزم به عملیات‌های متوالی در حداکثر فاصله مجاز می کند، طوری که این فرض انعطاف پذیری بیشتری را برای برنامه ریزی تسهیلات در محیط کار فراهم می آورد.

به طور خلاصه، پژوهش حاضر به مطالعه جریان کارگاهی جای گشتی چندماشینه در حالت بدون ایست، با در نظر گرفتن محدودیت دسترسی به ماشین‌ها، به دلیل عملیات نام پیشگیرانه، می پردازد و یک مدل ریاضی جدید برای مسئله ارائه می دهد. دو تابع هدف حداقل سازی دامنه عملیات (C_{max}) و حداقل سازی مجموع زودکرد و دیرکرد در قالب مدل ریاضی چندهدفه در نظر گرفته شد.

توصیف مسئله

در این قسمت فرضیه‌های مسئله تشریح و در ادامه مدلی ریاضی برای مسئله ارائه می شود.

مفروضات

تعداد n کار و m ماشین وجود دارد. ترتیب و توالی ماشین‌ها ثابت است و هر یک از کارها باید توسط هر یک از ماشین‌ها پردازش شود. اما زمان پردازش کارها (p_{ij}) (زمان پردازش کار i روی ماشین j) متفاوت است. برای هر یک از ماشین‌ها دوره‌هایی وجود دارد که در آن‌ها ماشین‌ها در دسترس نیستند و تحت عملیات نام پیشگیرانه قرار می گیرند. زمان شروع عملیات نام ثابت نیست؛ ولی زمان بین دو عمل نام نباید از مدت زمان مشخصی (q_j) بیشتر باشد. همچنین در هر عمل نام پیشگیرانه برای هر ماشین زمان مشخص (w_j) صرف می شود.

در این پژوهش سناریوی غیر قابل ادامه دهی در نظر گرفته شد و مسئله جریان کارگاهی جای گشتی با فرض بدون ایست بررسی شد.

نباشد، حتماً همه مقادیر c_{ijt} برابر ۰ خواهد بود. محدودیت ۱۰ بیانگر این موضوع است که عمل نت k ام هر ماشین باید قبل از یکی از ماشین‌های توالی ۱ تا n انجام بپذیرد. محدودیت ۱۱ نشان‌دهنده این است که شماره کاری (توالی) که عمل نت k روی آن انجام گرفته باید از شماره کاری (توالی) که عمل نت $k+1$ روی آن انجام شده بزرگ‌تر باشد. محدودیت ۱۲ و ۱۳ تضمین می‌کند فاصله زمانی بین دو عملیات نت باید کوچک‌تر یا مساوی q_j باشد. چون ممکن است همه عمل‌های نت بعد از عمل دهم رخ دهند. برای جلوگیری از این مشکل رابطه ۱۴ را اضافه می‌کنیم و چون ممکن است دو عملیات نت بعد از یک ماشین رخ دهند، برای حل این مشکل رابطه ۱۵ را در نظر می‌گیریم. محدودیت ۱۶ تفاوت بین زمان تکمیل کارها و موعد تحویلشان (d_i) را نشان می‌دهد که محدودیتی غیر خطی است؛ بنابراین به صورت رابطه‌های ۱۸ و ۱۹ بازنویسی می‌شود:

$$\sum_{t=1}^n c_{imt} - d_i \leq \psi_i \quad \forall i \quad (18)$$

$$\sum_{t=1}^n c_{imt} - d_i \geq -\psi_i \quad \forall i \quad (19)$$

روش حل

در حل مسائل چندهدفه دستیابی به جواب بهینه امکان‌پذیر نیست. فقط می‌توان به مجموعه جواب‌های نزدیک به بهینه رسید (مرز پارتو)^{۳۹}. در چنین شرایطی، در این پژوهش، با در نظر گرفتن ویژگی مطالعه موردی مطرح‌شده، تصمیم گرفته شد تصمیم‌گیرنده یا کاربر سیستم بتواند ترجیحات خود را با توجه به جواب‌های به‌دست‌آمده و محدودیت‌های فنی مطرح کند.

در شرایط حضور چندین جواب از یک طرف و ترجیحات تصمیم‌گیرنده از طرف دیگر، برای ورود به فاز عملیاتی نیاز به روشی که بتواند یک جواب را به مثابه جواب نهایی مطرح کند احساس می‌شود. با توجه به شرایط مطرح‌شده، روش‌های تعاملی^{۴۰} برنامه‌ریزی چندهدفه از سایر روش‌های موجود در حوزه برنامه‌ریزی چندهدفه مناسب‌ترند. یکی از این روش‌ها روش RLTP^{۴۱} است. در این روش، از سازوکاری ساختاریافته

$$r_{jt} = \sum_{i=1}^n c_{ijt} + \sum_{k=1}^s y_{kjt} \times w_j \quad \forall j, t \quad (8)$$

$$\sum_{j=1}^m c_{ijt} \leq M \times x_{it} \quad \forall i, t \quad (9)$$

$$\sum_{t=1}^n y_{kjt} = 1 \quad \forall j, k \quad (10)$$

$$\sum_{t=1}^n t \times y_{k+1jt} \geq \sum_{t=1}^n t \times y_{kjt} \quad \forall k, j \quad (11)$$

$$m_{kj} - s_{jt} \geq -M \times (1 - y_{kjt}) \quad \forall k, j, t \quad (12)$$

$$m_{k+1j} - m_{kj} \leq q_j \quad \forall k, j \quad (13)$$

$$\sum_{k=1}^S y_{kj10} = 0 \quad \forall j \quad (14)$$

$$\sum_{k=1}^S y_{kjt} \leq 1 \quad \forall j, t \quad (15)$$

$$\psi_i \geq \left| \sum_{t=1}^n c_{imt} - d_i \right| \quad \forall i \quad (16)$$

$$x, y = \{0,1\} \quad s, c, r, k, m \geq 0 \quad (17)$$

رابطه ۱ هدف حداقل‌سازی دامنه عملیات را نشان می‌دهد. در این رابطه m آخرین ماشین و n آخرین کار است. رابطه ۲ هدف حداقل‌سازی برای مجموع زودکرد و دیرکرد را نشان می‌دهد. رابطه ۳ بیان‌کننده رابطه بازگشتی بین انجام‌دادن کارهاست. رابطه‌های ۴ و ۵ مشخص می‌کنند منظور از حداکثر مقدار بین دو مقدار r_{jt-1} و c_{ij-1t} است، در صورتی که مقدار x_{it} برابر ۱ باشد. به عبارت دیگر، زمان شروع کار ماشین z ام روی قطعه‌ای که به منزله t امین کار وارد چرخه شده برابر است با حداکثر مقدار بین اتمام کار قطعه z ام روی ماشین $z-1$ و زمان اتمام کار ماشین z ام روی قطعه‌ای که در توالی $z-1$ ام وارد چرخه شده است. دو رابطه ۶ و ۷ بیان می‌کند که هر یک از کارها باید در یک نوبت وارد شود و هر یک از نوبت‌ها باید به یکی از کارها اختصاص پیدا کند. محدودیت ۸ زمان تمام‌شدن کار ماشین z ام را روی کاری نشان می‌دهد که به منزله کار z ام وارد چرخه کاری می‌شود. محدودیت شماره ۹ بیان می‌کند در صورتی که کار i به منزله t امین کار توالی

$$\alpha \geq \lambda_k (f_k(x) - y_k^I) \quad \forall k = 1, \dots, p \quad (23)$$

$$f_k(x) \leq RL_k \quad \forall k = 1, \dots, p \quad (24)$$

طبق نظر استیپور [۲۲]، ρ عددی مثبت و کوچک است که پیشنهاد می‌شود عددی بین ۰/۰۰۰۱ تا ۰/۰۱ انتخاب شود. در این پژوهش عدد ۰/۰۰۰۱ انتخاب شده است. حال N جواب، که به صورت حداکثری متمایز از هم^{۴۶} هستند، به شیوه ارائه شده در مقاله استیپور [۲۲] انتخاب می‌شود. سپس N جواب انتخاب شده به تصمیم‌گیرنده ارائه می‌شود. اگر تصمیم‌گیرنده جواب‌های بهتری را مدنظر دارد، به گام ۴ می‌رویم. در غیر این صورت، تصمیم‌گیرنده مرجح‌ترین جواب خود را انتخاب می‌کند و بدین ترتیب حل پایان می‌پذیرد.

۴. تنظیم و تعدیل

طبق نظر تصمیم‌گیرنده، جواب‌های به دست آمده به دو مجموعه تقسیم می‌شوند؛ جواب‌های با ترجیح بیشتر و جواب‌های با ترجیح کمتر. سپس RL_k ها دوباره به طریق زیر تنظیم می‌شوند و به گام ۲ بازمی‌گردیم. اگر تصمیم‌گیرنده نظری نداشته باشد، می‌توان با استفاده از فرایندی خودکار توسط RLTP، با استفاده از رابطه ۲۵، RL_k های جدید تنظیم شده را به دست آورد:

$$RL_k = MPWV_k - r(MPWV_k - CSWV_k) \quad (25)$$

جایی که $CSWV_k$ بدترین مقدار در کل مجموعه جواب‌های فعلی و $MPWV_k$ بدترین مقدار در مجموعه جواب‌های با ترجیح بیشتر است. همچنین r به منزله فاکتور کاهش عددی بین ۰ و ۱ خواهد بود؛ طوری که هر قدر به ۱ نزدیک‌تر باشد فضای اهداف سریع‌تر کوچک می‌شود. پس از تنظیم RL_k های جدید دوباره به گام ۲ بازمی‌گردیم. این روند ادامه پیدا می‌کند تا تصمیم‌گیرنده جواب‌های مورد نظر خود را انتخاب کند.

روش محدودیت اپسیلون

هیمنز و همکاران [۲۳] روش محدودیت اپسیلون را برای اولین بار مطرح کردند. در این روش یکی از توابع هدف برای بهینه‌سازی انتخاب و توابع دیگر به محدودیت تبدیل می‌شوند. این محدودیت‌ها حد بالایی دارند (ε_i) که می‌توان آن‌ها را مقادیر RL_k ها فرض کرد. غالب مسئله به روش محدودیت اپسیلون به شکل زیر

برای کاهش جواب‌های غیرمغلوب^{۴۲} استفاده شد تا مرجح‌ترین جواب مدنظر تصمیم‌گیرنده به دست آید. این روش سطوح ذخیره^{۴۳} (RLs) را با توجه به نظر تصمیم‌گیرنده برای کاهش فضای هدف به کار می‌گیرد. روش محدودیت اپسیلون^{۴۴} مشابه RLTP از سطوح ذخیره برای حل مسائل چندهدفه استفاده می‌کند. بنابراین، در این پژوهش روش RLTP و محدودیت اپسیلون برای حل مسئله زمانبندی به کار رفت. در ادامه دو روش RLTP و محدودیت اپسیلون توضیح داده خواهد شد.

روش RLTP

روش RLTP شامل چهار گام برای اجراست [۲۱]:

۱. مقداردهی اولیه

تعیین تعداد جواب‌هایی (N) که در هر مرحله باید به تصمیم‌گیرنده ارائه شود؛ طوری که $N \geq P$ تعداد اهداف مسئله) است. سپس محاسبه بردار مرجع (y^I) با حل P مسئله تک‌هدفه به صورت زیر صورت می‌پذیرد:

$$y^I = (y_1^I, y_2^I, \dots, y_p^I)$$

$$y_k^I = \min\{f_k(x); x \in X\} - \varepsilon_k \geq 0 \text{ and } \forall k = 1 \text{ to } p$$

ε_k یک عدد مثبت کوچک است که در دستور کار روش چبیشف استفاده می‌شود. مقدار RL_k ها یا سطوح ذخیره، طوری که $k=1, \dots, p$ است، برابر $+\infty$ قرار می‌گیرد. حداکثر تعداد تکرارها^{۴۵} نیز باید مشخص شود.

۲. نمونه‌گیری

با استفاده از رابطه ۲۰ گروهی شامل $2N$ بردار متمایز از هم تولید می‌شود.

$$\Lambda = \left\{ \lambda \in RP \mid \lambda_k \in (0,1), \sum_{k=1}^p \lambda_k = 1 \right\} \quad (20)$$

۳. حل

در این مرحله مدل چبیشف (رابطه‌های ۲۱ تا ۲۵) برای هر λ ، که در گام ۲ به دست آمده است، حل می‌شود:

$$\min \left\{ \alpha - \rho \sum_{k=1}^p f_k(x) \right\} \quad (21)$$

طوری که:

$$x \in X, \quad (22)$$

است:

در این مسئله تصمیم‌گیرنده جواب پنجم را به منزلهٔ مرجح‌ترین جواب انتخاب می‌کند. در این جواب توالی کارها به ترتیب ۲، ۱۰، ۴، ۸، ۵، ۹، ۱، ۳، ۶، ۷ است. مقدار C_{max} و مجموع زودکرد و دیرکرد برای این مسئله به ترتیب برابر ۶۵۰/۵۴۸ و ۹۵۵/۳۵۵ است و تصمیم‌گیرنده امیدوار است در جست‌وجوهای بعدی جواب بهتری پیدا شود. RL_k ‌های جدید با استفاده از رابطهٔ ۲۵ محاسبه می‌شود:

$$RL_1 = 650.548 - 0.2 \times (650.548 - 1090) = 738.4384$$

توسط تصمیم‌گیرنده اعلام شده است: $RL_2 = 950$

جدول ۱. زمان پردازش کار i روی ماشین j

P_{ij}	1	2	3
1	30	80	20
2	10	20	40
3	50	40	12
4	20	60	25
5	40	20	34
6	70	30	18
7	10	50	16
8	10	120	21
9	50	110	30
10	80	30	40

جدول ۲. مقادیر بهینهٔ توابع هدف حاصل از حل تک‌هدفهٔ مسئله

حل بهینه برای مدل تک‌هدفه	Z_1	Z_2
حل بهینه برای Z_1	582	3138
حل بهینه برای Z_2	1050	166
مقدار ایده‌آل y_K^I	581.9	165.9

جدول ۳. مقادیر بردار وزنی و تابع اهداف به‌دست‌آمده از مدل چبیشف

	1	2*	3	4*	5*	6
λ_1	0.90	0.40	0.85	0.19	0.92	0.28
λ_2	0.10	0.60	0.15	0.81	0.08	0.72
Z_1	653.092	882.387	702.591	1090.000	650.548	949.560
Z_2	806.631	366.225	849.817	785.000	955.355	308.879

جدول ۴. مرجح‌ترین جواب‌های روش RLTP

تکرار	RL_1	RL_2	Z_1	Z_2	$U(z)$
1	$+\infty$	$+\infty$	650.548	955.355	802.951
2	738.4384	950*	648.000	926.050	787.025

* با نظر تصمیم‌گیرنده در نظر گرفته شده است.

$$\begin{aligned} & \text{Min } f_j(x) \\ & \text{s.t.} \\ & f_i(x) \leq \varepsilon_i \quad \text{For all } i=1, 2; \quad j \neq i \quad (\varepsilon_i = RL_k) \end{aligned}$$

حال، با استفاده از روش‌های ارائه‌شده در بخش بعد،

نتایج حل مسئله ارائه می‌شود.

مطالعهٔ موردی

برای نشان‌دادن قابلیت اجرا و سودمندی مدل پیشنهادی و روش حل به‌کارگرفته‌شده، روش RLTP و محدودیت اپسیلون در نرم‌افزار GAMS^{۴۷} کد شد و با داده‌های مطالعهٔ موردی در جدول ۱ حل شد. مقادیر زمان‌های بین دو عملیات نت متوالی کمتر یا مساوی مقدار ثابت ۳۰ دقیقه در نظر گرفته شد. در ادامه، نتایج، به تفکیک هر روش، گزارش می‌شود.

روش RLTP

در اولین مرحله، تصمیم گرفته شد در هر تکرار سه جواب به تصمیم‌گیرنده ارائه شود ($N=3$). جواب‌های حاصل از حل مسائل تک‌هدفه در جدول ۲ می‌آید. در مرحلهٔ دوم، شش بردار وزنی متمایز از هم، با توجه به مقالهٔ استیور [۲۲]، به صورت تصادفی تولید می‌شود. در مرحلهٔ سوم مدل چبیشف مربوطه برای هر λ حل می‌شود و نتایج در جدول ۳ می‌آید. در جدول ۳ آنچه با علامت * مشخص شده نشان‌دهندهٔ حل‌های با بیشینهٔ تمایزند که با روش پایشی که استیور [۲۲] ارائه کرده به دست آمده‌اند. اگر این نتایج رضایت تصمیم‌گیرنده را در بر داشته باشد، او باید مرجح‌ترین جواب مورد نظرش را انتخاب کند و بدین ترتیب حل پایان می‌یابد.

جدول ۵. نتیجه حاصل از روش محدودیت اِپسیلون

روش	Z_1	Z_2	$U(z)$
ε -constraint	209.050	194.343	201.6965

جدول ۶. نتایج حل مدل با روش RLTP و محدودیت اِپسیلون

روش	Z_1	Z_2	$U(z)$
RLTP	648.000	926.050	787.025
ε -constraint	646.000	950.000	798

جدول ۷. نتایج حل مدل به وسیله دو روش RLTP و محدودیت اِپسیلون با استفاده از بردارهای ترکیب وزنی متفاوت

وزن‌ها		$U(z)$		
		RLTP	ε -constraint	Min $U(z)$
0.1	0.9	898.245	919.6	898.245
0.35	0.65	828.7325	843.6	828.7325
0.45	0.55	800.9275	813.2	800.9275
0.5	0.5	787.025	798	787.025
0.55	0.45	773.1225	782.8	773.1225
0.65	0.35	745.3175	752.4	745.3175
0.9	0.1	675.805	676.4	675.805

جواب‌ها را به وسیله هفت ترکیب وزنی مختلف به کاررفته در تابع جمعی نشان می‌دهد. طبق نتایج درج‌شده در جدول ۷، RLTP بهتر از روش محدودیت اِپسیلون در مسئله زمان‌بندی این پژوهش عمل می‌کند.

نتیجه‌گیری

در این پژوهش، مدل دوهدفه جدید برای مسئله زمان‌بندی کارها در سیستم جریان کارگاهی جای‌گشتی با فرض وجود عملیات نت پیشگیرانه در حالت بدون ایست ارائه شد. عملیات نت دارای پنجره زمانی است؛ طوری که فاصله بین دو عمل نت متوالی نباید از یک مقدار مشخص بیشتر باشد. در این پژوهش سعی شد به مدل‌سازی ریاضی مسئله پرداخته شود. استفاده از این مدل برای حل مسائل کوچک و زمان‌بندی کارها در یک خط تولید کوچک مناسب است. نتایج حاصل از حل مدل به وسیله دو روش RLTP و محدودیت اِپسیلون و مقایسه انجام‌شده روی کیفیت جواب‌ها برتری روش RLTP را نشان می‌دهد.

برای گسترش این تحقیق می‌توان عدم دسترسی را با عدم قطعیت فرض کرد و از روش‌هایی که عدم قطعیت را در نظر می‌گیرند استفاده کرد؛ روش‌هایی همچون فازی، احتمالی، یا استوار^{۴۸}.

پس از دو بار تکرار، رضایت تصمیم‌گیرنده با جواب ارائه‌شده در تکرار دوم فراهم می‌شود. جدول ۴ جواب مرجع روش RLTP در دو تکرار انجام‌شده و RL ‌های در نظر گرفته‌شده را نشان می‌دهد.

روش محدودیت اِپسیلون

برای حل مسئله با استفاده از این روش، تابع هدف اول برای بهینه‌سازی انتخاب شد. تابع هدف دوم، بر اساس آنچه در پی می‌آید، به محدودیت تبدیل می‌شود و حد بالایی آن ε_2 برابر $RL_2=950$ قرار داده می‌شود:

$$f_2(x) \leq \varepsilon_2 \quad \varepsilon_2 = RL_2 = 950$$

جدول ۵ نتیجه حاصل از حل مدل را با استفاده از روش محدودیت اِپسیلون نشان می‌دهد.

تحلیل حساسیت

برای مقایسه کیفیت جواب‌های نهایی به دست آمده با روش RLTP و محدودیت اِپسیلون یک تابع جمعی $U(z)$ با وزن‌های ۰/۵ و ۰/۵ به کار می‌رود. نتایج در جدول ۶ می‌آید. بر اساس جدول ۶، جواب حاصل از روش RLTP مقدار تابع تجمعی کمتری دارد و جوابی با کیفیت بیشتر نسبت به روش محدودیت اِپسیلون ارائه می‌دهد. برای نتیجه‌گیری کلی درباره کیفیت جواب ارائه‌شده با این دو روش، جدول ۷ کیفیت

مراجع

- 1- Pinedo, M. (2008). *Scheduling: Theory, Algorithms, and Systems*. 3rd. Ed. Springer, New York.
- 2- Ma, Y., Chu, C., and Zuo, C. (2010). "A survey of scheduling with deterministic machine availability constraints." *Computers & Industrial Engineering*, Vol 58, No. 2, 199–211.
- 3- Lee, C.- Y. (1997). "Minimizing the makespan in the two-machine flowshop scheduling problem with an availability constraint." *Operations Research Letters*, Vol. 20, No. 3, 129–139.
- 4- Allaoui, H., Artiba, A., Elmaghraby, S. E., and Rianea, F. (2006). "Scheduling of a two-machine flowshop with availability constraints on the first machine." *International Journal of Production Economics*, Vol. 99, No. (1–2), 16–27.
- 5- Breit, J. (2004). "An improved approximation algorithm for two-machine flow shop scheduling with an availability constraint." *Information Processing Letters*, Vol. 90, No. 6, 273–278.
- 6- Ng, C. T. and Kovalyov, M. Y. (2004). "An FPTAS for scheduling a two-machine flowshop with one unavailability interval." *Naval Research Logistics (NRL)*, Vol. 51, No. 3, 307–315.
- 7- Wang, X. and Edwin Cheng, T. C. (2007). "Heuristics for two-machine flowshop scheduling with setup times and an availability constraint." *Computers & Operations Research*, Vol. 34, No. 1, 152–162.
- 8- Lee, C.- Y. (1999). "Two-machine flowshop scheduling with availability constraints." *European Journal of Operational Research*, Vol. 114, No. 2, 420–429.
- 9- Cheng, T. C. E. and Liu, Z. (2003). "Approximability of two-machine no-wait flowshop scheduling with availability constraints." *Operations Research Letters*, Vol. 31, No. 4, 319–322.
- 10- Allaoui, H. and Artiba, A. (2014). "Hybrid Flow Shop Scheduling with Availability Constraints." *International Series in Operations Research & Management Science*, Vol. 200, 277–299.
- 11- Espinouse, M. L., Formanowicz, P., and Penz, B. (1999). "Minimizing the makespan in the two-machine no-wait flow-shop with limited machine availability." *Computers & Industrial Engineering*, Vol. 37, No. (1–2), 497–500.
- 12- Espinouse, M. L., Formanowicz, P., and Penz, B. (2001). "Complexity Results and Approximation Algorithms for the Two Machine No-Wait Flow-Shop with Limited Machine Availability." *The Journal of the Operational Research Society*, Vol. 52, No. 1, 116–121.
- 13- Wang, G. and Cheng, T. C. E. (2001). "Heuristics for two-machine no-wait flowshop scheduling with an availability constraint." *Information Processing Letters*, Vol. 80, No. 6, 305–309.
- 14- Kubzin, M. A. and Strusevich, V. A. (2004). "Two-machine flow shop no-wait scheduling with a nonavailability interval." *Naval Research Logistics (NRL)*, Vol. 51, No. 4, 613–631.
- 15- Aggoune, R. (2004). "Minimizing the makespan for the flow shop scheduling problem with availability constraints." *European Journal of Operational Research*, Vol. 153, No. 3, 534–543.
- 16- Aggoune, R. and Portmann, M. -C. (2006). "Flow shop scheduling problem with limited machine availability: A heuristic approach." *International Journal of Production Economics*, Vol. 99, No. (1–2), 4–15.
- 17- Minella, G., Ruiz, R., and Ciavotta, M. (2008). "A review and evaluation of multiobjective algorithms for the flowshop scheduling problem." *INFORMS Journal on Computing*, Vol. 20, No. 3, 451–471.
- 18- Mokhtaria, H., Nakhai Kamal Abadia, I., and Cheraghalikhanib, A. (2011). "A multi-objective flow shop scheduling with resource-dependent processing times: trade-off between makespan and cost of resources." *International Journal of Production Research*, Vol. 49, No. 19, 5851–5875.
- 19- Frosolinia, M., Braglia, M., and Zammoria, F. A. (2011). "A modified harmony search algorithm for the multi-objective flowshop scheduling problem with due dates." *International Journal of Production Research*, Vol. 49, No. 20, 5957–5985.

- 20- Khalili, M. and Tavakkoli-Moghaddam, R. (2012). "A multi-objective electromagnetism algorithm for a bi-objective flowshop scheduling problem." *Journal of Manufacturing Systems*, Vol. 31, No. 2, 232–239.
- 21- Reeves, G. R. and MacLeod, K. R. (1999). "Some experiments in Tchebycheff-based approaches for interactive multiple objective decision making." *Computers and Operations Research*, Vol. 26, No. 13, 1311–1321.
- 22- Steuer, R. E. (1986). *Multiple criteria optimization: theory, computation, and application*. Wiley, New York.
- 23- Haimes, Y. Y., Wismer, D. A., and Lasdon, D. S. (1971). "On bicriterion formulation of the integrated systems identification and system optimization." *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, Vol. SMC-1, No. 3, 296–97.

واژه‌های انگلیسی به ترتیب استفاده در متن

- 1- Single Machine
- 2- Flow Shop
- 3- Job Shop
- 4- Open Shop
- 5- Release Date
- 6- Setup Time
- 7- Preemption
- 8- Precedence
- 9- Availability
- 10- Failure
- 11- Preventive Maintenance
- 12- Hole
- 13- Scenario
- 14- Reusable (r)
- 15- Non-reusable (nr)
- 16- Semi Reusable
- 17- Makespan (C_{max})
- 18- Maximum Lateness (L_{max})
- 19- Total Completion Time
- 20- Total Weighted Completion Time
- 21- Total Tardiness
- 22- Total Weighted Tardiness
- 23- Total Earliness and Tardiness
- 24- Johnson's Rule
- 25- Non-deterministic Polynomial-time Hard
- 26- Dynamic Programming
- 27- Heuristic
- 28- Johnson Algorithm
- 29- Worst Case Ratio Error
- 30- Gilmore & Gomory Algorithm
- 31- Polynomial Time Approximation Solution
- 32- Time Window
- 33- Meta-heuristic

- 34- Genetic Algorithm
 - 35- Tabu Search
 - 36- Geometric Method
 - 37- Harmony Search
 - 38- Electromagnetic Algorithm
 - 39- Pareto Front
 - 40- Interactive Method
 - 41- Reservation Level Tchebycheff Procedure
 - 42- Non-dominated Solution
 - 43- ϵ -constraint
 - 44- Reservation Level
 - 45- Iteration
 - 46- Maximally Dispersed Solutions
 - 47- General Algebraic Modeling System
 - 48- Robust
-