

حل مدل برنامه‌ریزی تولید ادغامی چندهدفه فازی با آثار یادگیری و زوال به کمک الگوریتم‌های ژنتیک و جست‌وجوی ممنوعه

اسماعیل مهدی‌زاده^{۱*}، رسا قاضی‌زاده^۲

۱. دانشیار مهندسی صنایع، دانشکده مهندسی صنایع و مکانیک، دانشگاه آزاد اسلامی واحد قزوین
۲. کارشناس ارشد مهندسی صنایع، دانشکده مهندسی صنایع و مکانیک، دانشگاه آزاد اسلامی واحد قزوین

(تاریخ دریافت ۹۴/۰۷/۲۲ - تاریخ دریافت روایت اصلاح‌شده ۹۵/۰۷/۰۴ - تاریخ تصویب ۹۵/۰۸/۱۴)

چکیده

در این پژوهش، یک مدل برنامه‌ریزی تولید ادغامی چندهدفه فازی با در نظر گرفتن دو عامل اثر یادگیری کارگران و اثر زوال ماشین‌آلات ارائه می‌شود. توابع هدف شامل اهداف کمی افزایش سود و کاهش هزینه خرابی دستگاه‌ها و هدف کیفی افزایش میزان رضایتمندی مشتری هستند. سپس با در نظر گرفتن اوزان متفاوت برای اهداف و اصلاح اهداف با روش برنامه‌ریزی آرمانی فازی، مدل چندهدفه فازی به یک مدل تک‌هدفه قطعی تبدیل شده و با الگوریتم‌های ژنتیک و جست‌وجوی ممنوعه حل شده است. در تنظیم پارامترهای دو الگوریتم از روش تاگوچی بهره گرفته می‌شود. در پایان، جواب به‌دست‌آمده از دو الگوریتم با استفاده از آزمون فرض برابری میانگین‌ها با هم مقایسه می‌شوند. نتایج نشان می‌دهند الگوریتم ژنتیک در حل مدل ارائه‌شده نسبت به الگوریتم جست‌وجوی ممنوعه کارایی بیشتری دارد.

واژه‌های کلیدی: الگوریتم جست‌وجوی ممنوعه، الگوریتم ژنتیک، برنامه‌ریزی آرمانی فازی، برنامه‌ریزی تولید ادغامی، برنامه‌ریزی چندهدفه.

مقدمه

بررسی شود. هدف اصلی این تحقیق ارائه مدلی جامع است تا در شرایط عدم اطمینان جنبه‌های مختلفی از این کارکرد را بررسی کند که کارآمد نیز باشد.

بسیاری از محققان در مورد مدل برنامه‌ریزی تولید ادغامی چندهدفه فازی پژوهش انجام داده‌اند. گن و همکاران روشی جدید برای حل برنامه‌ریزی ادغامی با پارامترهای فازی ارائه دادند که در آن با تبدیل یک مدل فازی چندهدفه خطی به یک مدل چندهدفه خطی قطعی آن را حل کردند [۱]. وانگ و فانگ مدل چند هدفه برنامه‌ریزی ادغامی را ارائه داده‌اند که در آن اهدافی مثل کمینه‌کردن هزینه تولید و تقاضای عقب‌افتاده و موجودی در نظر گرفته شده است. در این مدل، هزینه تولید و هزینه قرارداد جنبی و سطح نیروی کار و ظرفیت تولید و فروش فازی در نظر گرفته شده است و اولویت‌بندی این اهداف

برنامه‌ریزی تولید ادغامی یک برنامه‌ریزی با ظرفیت متوسط است که معمولاً بین ۳ تا ۱۸ ماه طول می‌کشد و به‌منظور برآورده کردن تقاضا و کاهش هزینه‌های مختلف تولیدی استفاده می‌شود. در برنامه‌ریزی تولید ادغامی مدیر با تعیین میزان متغیرهایی نظیر مقادیر تولید در اوقات عادی و اضافه کاری برحسب واحد مشترک کالا، استخدام و اخراج کارگران، خرید از طریق قرارداد جنبی، موجودی و کمبود، کارکرد زیر ظرفیت به‌دنبال پاسخگویی کل تقاضای افق برنامه‌ریزی در طول افق برنامه‌ریزی است تا تعدادی از اهداف به‌طور هم‌زمان تحقق یابند. یکی از دغدغه‌ها در لحاظ کردن اهداف تأثیرگذار استفاده از روشی برای به هم‌گرایی رساندن آن‌هاست که وزن اولیتهای متفاوتی دارند و گاهی نیز با یکدیگر در تناقض‌اند. این موضوع زمانی نمود می‌یابد که در شرایطی واقعی یعنی در حالت عدم قطعیت

چندهدفه با دو تابع هدف حداکثرکردن سود و حداقل کردن تغییرات نیروی انسانی پیشنهاد داد. او هر هدف را به سه هدف کلاسیک تبدیل کرده و سپس مسئله را براساس رتبه‌بندی اهداف حل کرده است [۱۰]. رضانیان یک مدل دو مرحله‌ای برنامه‌ریزی تولید ادغامی ارائه داده است که هدفش کاهش هزینه‌هاست. برای حل این مدل خطی مختلط عدد صحیح از الگوریتم‌های جست‌وجوی ممنوع و الگوریتم ژنتیک استفاده شده است [۱۱]. مدل پیشنهادی به دلیل مشابهت با مدل فنگ هونگ جزء مسائل رده سخت و NP-hard محسوب می‌شود [۱۲]. نوید و همکاران مسئله برنامه‌ریزی تولید ادغامی چندهدفه با پارامترهای مبهم را بررسی کرده‌اند و مدل برنامه‌ریزی تولید ادغامی فازی را به مدل قطعی تبدیل کرده‌اند [۱۳]. کاوه و آیدا یک روش برنامه‌ریزی آرمانی فازی برای حل برنامه‌ریزی ریاضی عدد صحیح ترکیبی چندهدفه ایجاد کرده‌اند. سه تابع هدف شامل حداقل کردن هزینه کل، حداکثرکردن سطح خدمت مشتری و حداکثرکردن کیفیت محصول نهایی به‌طور هم‌زمان در نظر گرفته شده است [۱۴]. نجمه و کوآن یک مدل برنامه‌ریزی تولید ادغامی چندهدفه فازی با در نظر گرفتن دو شاخص عملکرد و دسترس‌پذیری خطوط معرفی کرده‌اند. مقایسه نتایج نشان می‌دهد این دو شاخص در توسعه یک برنامه تولید ادغامی واقعی و عملی اعتبار کافی دارند [۱۵]. غلامی و همکاران یک مدل برنامه‌ریزی تولید ادغامی غیرخطی عدد صحیح ترکیبی چنددوره‌ای چندهدفه فازی ارائه داده‌اند و برای حل مدل پیشنهادی یک مدل برنامه‌ریزی فازی را توسعه دادند [۱۶]. ژئی زیانگ و همکاران ضریب آثار یادگیری در شرایط تقاضای غیرقطعی روی یک برنامه تولید ادغامی را بررسی کردند. عملکرد روش پیشنهادی با دو مدل در حالت‌هایی مقایسه شد که تقاضا غیرقطعی نبود و آثار یادگیری لحاظ نمی‌شد. نتایج نشان داد در نظر گرفتن تقاضای غیرقطعی و آثار یادگیری انعطاف‌پذیری برنامه تولید ادغامی را افزایش و هزینه تولید کل را کاهش می‌دهد [۱۷]. آنیرسون و همکاران یک مدل برنامه‌ریزی آرمانی فازی برای مسئله برنامه‌ریزی تولید ادغامی واقعی ارائه دادند. آن‌ها به این منظور مدل را در یک شرکت تولیدکننده شکر و اتانول در کشور برزیل به کار گرفتند [۱۸]. آثار یادگیری در

یکسان است که با تشکیل یک مدل برنامه‌ریزی خطی فازی و تبدیل آن به یک مدل قطعی با روش‌های حل مدل خطی حل شده است [۲]. وانگ و لیانگ یک مدل چندهدفه فازی را بررسی کرده‌اند که مقادیر توابع هدف در آن به صورت فازی در نظر گرفته شده است، اما اولویت‌بندی اهداف در آن در نظر گرفته نشده است. این مدل پس از قطعی‌سازی با نرم‌افزار LINDO حل شده است [۳]. وانگ و لیانگ یک مدل برنامه‌ریزی تولید احتمالی خطی را در قالب مدل برنامه‌ریزی تولید ادغامی ارائه کرده‌اند که با پیش‌بینی تقاضای مبهم و با هدف حداقل‌سازی هزینه‌های نگهداری و قرارداد جنبی و تغییر سطح نیروی کاری، ابتدا آن را به مدل خطی تبدیل و سپس آن را حل کرده‌اند [۴]. چائو فانگ و همکاران کاربرد برنامه‌ریزی آرمانی فازی را در مدل‌های چندهدفه با وزن هدف‌های متفاوت بررسی کرده‌اند و پس از تبدیل به مدل قطعی با استفاده از الگوریتم اصلاح‌شده ژنتیک آن را حل کرده‌اند [۵]. شائو یان یک روش برنامه‌ریزی آرمانی را برای استفاده در مدل‌های چندهدفه فازی ارائه کرده است که در آن از اولویت‌بندی فازی و رتبه‌بندی فازی برای این مدل بهره می‌برد [۶]. جمال‌نیا مدل چندهدفه غیرخطی فازی دوگانه با اهداف دارای اولویت‌بندی متفاوت را ارائه داد که در آن اثر یادگیری لحاظ شده است و ظرفیت ماشین‌آلات و فضای انبار محدود در نظر گرفته شده است. همچنین، تقاضا و اولویت‌بندی اهداف به صورت قطعی است. در این مدل چندهدفه غیرخطی فازی دوگانه ابتدا اهداف با روش برنامه‌ریزی آرمانی اصلاح می‌شود و پس از قطعی‌سازی با استفاده از الگوریتم فرا ابتکاری حل می‌شود [۷]. اوزکان با ارائه یک مدل چندهدفه برای مونتاژ دو مرحله‌ای فازی با استفاده از نوعی برنامه‌ریزی آرمانی فازی، آن را حل کرده است [۸]. بایکاستگلو مدل چندهدفه برنامه‌ریزی ادغامی با پارامترهای فازی را ارائه کرده است. در این مدل، نویسنده ثابت می‌کند چگونه می‌توان یک مدل برنامه‌ریزی ادغامی چندهدفه را به صورت یک مدل برنامه‌ریزی ریاضی فازی بیان کرد و به صورت مستقیم و بدون تغییر شکل آن را با روش‌های رتبه‌بندی فازی و الگوریتم‌های فرا ابتکاری حل کرد [۹]. فراکسافانات یک مدل برنامه‌ریزی خطی امکانی تقدیمی را برای حل مسائل برنامه‌ریزی تولید ادغامی

اهداف با روش برنامه‌ریزی آرمانی فازی، حل آن با الگوریتم‌های ژنتیک و جست‌وجوی ممنوعه صورت می‌گیرد.

مدل‌سازی ریاضی

مدل ریاضی مورد نظر از دو بخش تشکیل شده است: در بخش اول کارگران و ماشین‌های گروه اول محصولات اولیه را تولید می‌کنند و در مرحله بعد کارگران و ماشین‌آلات بخش دوم محصولات تولیدی در بخش اول و محصولات خریداری شده در بخش دوم را مونتاژ می‌کنند که محصول نهایی به دست می‌آید.

متغیرهای تصمیم مدل

P_{1kt} : تعداد تولید محصول نوع k ام در بخش اول در دوره t در حالت عادی تولید

O_{1kt} : تعداد تولید محصول نوع k ام در بخش اول در دوره t در حالت اضافه‌کاری تولید

S_{1kt} : تعداد محصولات خریداری شده نوع k ام در بخش اول در دوره t

I_{1kt} : میزان موجودی انبار از محصول نوع k ام در بخش اول در دوره t

P_{2it} : تعداد تولید محصول نوع i ام در بخش دوم در دوره t در حالت عادی تولید

O_{2it} : تعداد تولید محصول نوع i ام در بخش دوم در دوره t در حالت اضافه‌کاری تولید

S_{2it} : تعداد محصولات خریداری شده نوع i ام در بخش دوم در دوره t

I_{2it} : میزان موجودی انبار از محصول نوع i ام در بخش دوم در دوره t

B_{2it} : تعداد کمبود انبار از محصول نوع i ام در بخش دوم در دوره t

HH_t : میزان کارگران استخدامی در بخش اول در دوره t

LL_t : میزان کارگران اخراجی در بخش اول در دوره t

WW_t : سطح نیروی کار در بخش اول در دوره t

H_t : میزان کارگران استخدامی در بخش دوم در دوره t

L_t : میزان کارگران اخراجی در بخش دوم در دوره t

W_t : سطح نیروی کار در بخش دوم در دوره t

حوزه‌های مختلف مطالعه و به کار گرفته می‌شود؛ برای مثال آزاده و همکاران آثار یادگیری و زوال را در مسئله زمان‌بندی تولید تک‌ماشینی به کار گرفته‌اند. آن‌ها یک مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح برای مسئله تک‌ماشینی غیریکنواخت وابسته به زمان پردازش کارها با در نظر گرفتن آثار یادگیری و زوال ارائه داده‌اند و در مقیاس بزرگ مسئله را با الگوریتم‌های ژنتیک و جست‌وجوی ممنوعه حل کرده‌اند [۱۹].

در بیشتر مدل‌های ارائه شده در منابع یاد شده، اثر یادگیری لحاظ نشده است و هیچ‌کدام اثر زوال ماشین‌آلات را در نظر نگرفته‌اند. همچنین، در این پژوهش‌ها هزینه تعمیرات هیچ‌گاه یک هدف مستقل و دارای یک وزن مشخص همراه با اثر زوال ماشین‌آلات و اثر یادگیری به طور هم‌زمان در نظر گرفته نشده است و در بیشتر مواقع اولویت‌بندی اهداف در آن‌ها قطعی است و فازی نیست. در پژوهش پیش رو تمام این موضوعات به طور کامل بررسی می‌شود تا مدلی جامع ارائه شود. به این ترتیب، ابتدا یک مدل برنامه‌ریزی تولید ادغامی غیرخطی چندهدفه فازی ارائه می‌شود، به صورتی که اهداف کمی فازی برای افزایش سود و کاهش هزینه‌های خرابی دستگاه و هدف کیفی میزان رضایتمندی مشتری لحاظ شوند. سپس با تبدیل این مدل چندهدفه فازی به یک مدل قطعی و اصلاح اهداف با روش برنامه‌ریزی آرمانی فازی، مراحل حل ادامه داده می‌شود. شایان ذکر است اوزان اهداف با یکدیگر متفاوت است و این نکته در تبدیل مدل به یک مدل قطعی لحاظ می‌شود. هدف مدل به دست آوردن میزان بهینه‌ای از متغیرهای مدل مانند میزان تولید در زمان عادی و اضافه‌کاری، میزان خرید از طریق قرارداد جانبی، میزان تقاضای عقب‌افتاده، میزان سطح موجودی، میزان کارگران اخراجی و استخدامی در هر دوره است و باید در کل باید اهداف این مدل شامل حداکثرسازی سود، حداقل‌سازی هزینه تعمیرات و رضایتمندی مشتریان محقق شود. در این مدل، نوعی اثر یادگیری وجود دارد که زمان تولید هر محصول را به میزان تولید آن در دوره‌های قبل وابسته می‌کند و اثر زوال ماشین‌آلات نیز مشاهده می‌شود که نرخ خرابی محصولات را به دوره قبل وابسته می‌کند. با تبدیل این مدل چندهدفه فازی به یک مدل قطعی و اصلاح

U_{2ij} : زمان آماده‌سازی محصول i روی ماشین j برای تولید در بخش دوم

U_{1kl} : زمان آماده‌سازی محصول k روی ماشین l برای تولید در بخش اول

T_{2ijt} : هزینه آماده‌سازی محصول i روی ماشین j برای تولید در بخش دوم در دوره t

T_{1kl} : هزینه آماده‌سازی محصول k روی ماشین l برای تولید در بخش اول در دوره t

RR_{lt} : ظرفیت تولید ماشین l در دوره t در بخش اول

R_{jt} : ظرفیت تولید ماشین j در دوره t در بخش دوم

CHH_t : هزینه استخدام یک کارگر در بخش اول در دوره t

CH_t : هزینه استخدام یک کارگر در بخش دوم در دوره t

CLL_t : هزینه اخراج یک کارگر در بخش دوم در دوره t

CL_t : هزینه اخراج یک کارگر در بخش اول در دوره t

CWW_t : هزینه نیروی کار در بخش اول در دوره t

CW_t : هزینه نیروی کار در بخش دوم در دوره t

I_{2i0} : سطح موجودی اولیه محصول نوع i در بخش دوم

I_{1k0} : سطح موجودی اولیه محصول نوع k در بخش اول

W_0 : سطح اولیه کارگران در بخش اول

WW_0 : سطح اولیه کارگران در بخش دوم

B_{2i0} : تعداد تقاضاهای عقب‌افتاده اولیه

f_{ik} : تعداد واحدهای لازم از محصول k برای تولید یک واحد محصول i

e_{1k} : ساعت کار لازم برای تولید اولین واحد از محصول k در بخش اول

e_{2i} : ساعت کار لازم برای تولید اولین واحد از محصول i در بخش دوم

Z_{1kt} : هزینه تولید کارگران برای تولید یک واحد از محصول k در دوره t در بخش اول

Z_{2it} : هزینه تولید کارگران برای تولید یک واحد از محصول i در دوره t در بخش دوم

α_{1t} : نسبت زمانی از زمان عادی تولید که در اضافه‌کاری توسط کارگران در دوره t در بخش اول صرف می‌شود

α_{2t} : نسبت زمانی از زمان عادی تولید که در اضافه‌کاری توسط کارگران در دوره t در بخش دوم صرف می‌شود

β_{jt} : نسبتی از زمان عادی ظرفیت ماشین j برای تولید در اضافه‌کاری در دوره t در بخش دوم

C_{1k0} : تعداد محصولات نوع k ام خریداری‌شده در بخش اول در شروع دوره برنامه‌ریزی

Y_{1kt} : متغیر تصمیم راه‌اندازی تولید برای محصول نوع k در بخش اول در دوره t (متغیر صفر و یک)

Y_{2it} : متغیر تصمیم راه‌اندازی تولید برای محصول نوع i در بخش دوم در دوره t (متغیر صفر و یک)

پارامترهای مدل

D_{2it} : تقاضای محصول i در دوره t در بخش دوم

CP_{1kt} : هزینه تولید محصول نوع k در بخش اول در دوره t در حالت عادی تولید

CO_{1kt} : هزینه تولید محصول نوع k در بخش اول در دوره t در حالت اضافه‌کاری تولید

CS_{1kt} : هزینه محصولات خریداری‌شده نوع k در بخش اول در دوره t

CI_{1kt} : هزینه انبارکردن محصول نوع k در بخش اول در دوره t

CP_{2it} : هزینه تولید محصول نوع i در بخش دوم در دوره t ام در حالت عادی تولید

CO_{2it} : هزینه تولید محصول نوع i در بخش دوم در دوره t در حالت اضافه‌کاری تولید

CS_{2it} : هزینه محصولات خریداری‌شده نوع i در بخش دوم در دوره t

SP_{2it} : قیمت فروش محصول نوع i در بخش دوم در دوره t در حالت عادی تولید

SO_{2it} : قیمت فروش محصول نوع i ام در بخش دوم در دوره t در حالت اضافه‌کاری تولید

SS_{2it} : قیمت فروش محصولات خریداری‌شده نوع i ام در بخش دوم در دوره t

CI_{2it} : هزینه انبارکردن محصول نوع i در بخش دوم در دوره t

CB_{2it} : هزینه عقب‌افتاده برای محصول نوع i در بخش دوم در دوره t

A_{2ij} : زمانی که ماشین j برای تولید محصول i در بخش دوم صرف می‌کند

A_{1kl} : زمانی که ماشین l برای تولید محصول k در بخش اول صرف می‌کند

$$\begin{aligned}
 & + \sum_{t=1}^L \sum_{r=1}^T \sum_{k=1}^K r_{1kt} \times y_{1kt} + \sum_{j=1}^J \sum_{r=1}^T \sum_{i=1}^I r_{2jt} \times y_{2it} \\
 & + \sum_{t=1}^T \sum_{k=1}^K I_{1kt} \times CI_{1kt} + \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^I I_{2it} \times CI_{2it} \\
 & + \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^I CB_{2it} \times B_{2it} + \sum_{t=1}^T CW_t \times W_t \\
 & + \sum_{t=1}^T CWW_t \times WW_t \\
 & + \sum_{t=1}^T (CH_t \times H_t) + (CL_t \times L_t) \\
 & + \sum_{t=1}^T (CHH_t \times HH_t) + (CLL_t \times LL_t)
 \end{aligned}$$

در هدف ۲، حداقل‌سازی هزینه تعمیرات مد نظر قرار می‌گیرد، به گونه‌ای که آثار زوال ماشین‌آلات در آن لحاظ شده باشد که این کار با وابسته‌سازی نرخ خرابی به دوره زمانی تولید انجام می‌گیرد. در این حالت، با گذشت دوره‌های متوالی نرخ خرابی حالتی افزایشی پیدا می‌کند.

$$\begin{aligned}
 Min \cong & \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^J \sqrt{\frac{q_{2ij}}{t}} \times Q_{2ij} \times P_{2ij} \\
 & + \sum_{t=1}^T \sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^L \sqrt{\frac{q_{2kl}}{t}} \times Q_{1kl} \times P_{1kl}
 \end{aligned} \quad (2)$$

تابع هدف کیفی

میزان رضایت مشتری براساس تأمین به‌موقع تقاضا و کیفیت محصول تعیین می‌شود که اهداف کیفی تعریف می‌شوند. این نظر مشتری از طریق متغیرهای زبانی بیان می‌شود و در اینجا از اعداد فازی مثلثی برای بیان تابع عضویت توابع کیفی استفاده می‌شود. عامل مهم در رضایتمندی مشتری، تأمین به‌موقع کالا است؛ بنابراین، به‌منظور دستیابی به این هدف، نسبتی از تقاضای عقب‌افتاده به تقاضای کل در نظر گرفته می‌شود که در هر مسئله ممکن است متفاوت باشد. اگر این نسبت برقرار بود یا حتی کمتر بود، رضایت مشتری ماکزیمم است، اما اگر این نسبت بیشتر بود؛ یعنی میزان تقاضای عقب‌افتاده از انتظار مشتری بیشتر است که به همان نسبت از رضایتمندی مشتری کاسته می‌شود.

β_{2t} : نسبتی از زمان عادی ظرفیت ماشین 1 برای تولید در اضافه‌کاری در دوره t در بخش اول

F: ساعت کار در دسترس کارگران در هر دوره

W_{tmax} : بیشینه سطح کارگران در بخش دوم در دوره t

WW_{tmax} : بیشینه سطح کارگران در بخش اول در دوره t

S_{2itmax} : بیشینه سطح خرید در بخش دوم در دوره t

S_{1ktmax} : بیشینه سطح خرید در بخش اول در دوره t

Q_{1KL} : هزینه تعمیرات محصول نوع k ام روی ماشین 1 در بخش اول

Q_{2ij} : هزینه تعمیرات محصول نوع i ام روی ماشین j در بخش دوم

Q_{1KL} : نرخ خرابی محصول نوع k ام روی ماشین 1 در بخش اول

Q_{2ij} : نرخ خرابی محصول نوع i ام روی ماشین j در بخش دوم

Lid: زمان انتظار برای تحویل کالای خریداری شده

M: عدد بزرگ

br: فاکتوری برای محاسبه میانگین زمان تولید توسط کارگران در وقت عادی که به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$br = \ln(\text{ضریب یادگیری}) / \ln 2$$

مدل ریاضی پیشنهادی

توابع هدف کمی

در هدف ۱، حداکثرسازی سود صورت می‌گیرد که اثر یادگیری نیز در آن لحاظ شده است.

(۱)

$$\begin{aligned}
 Max \cong & \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T (SP_{2it} \times P_{2it} + SO_{2it} \times O_{2it} + SS_{2it} \times S_{2it}) \\
 & - \sum_{i=1}^I \sum_{t=1}^T (CP_{2it} \times P_{2it} + CO_{2it} \times O_{2it} + CS_{2it} \times S_{2it}) \\
 & + \sum_{k=1}^K \sum_{t=1}^T (CP_{1kt} \times P_{1kt} + CO_{1kt} \times O_{1kt} + CS_{1kt} \times S_{1kt}) \\
 & + \sum_{k=1}^K \sum_{t=1}^T (CP_{1kt} \times P_{1kt} + CO_{1kt} \times O_{1kt} + CS_{1kt} \times S_{1kt}) \\
 & + \sum_{i=1}^I \sum_{t=1}^T Z_{2it} e_{2it} \left(\left(\sum_{t=1}^T P_{2i(t-1)} \right) + 1 \right)^{br} \times P_{2it}^{(br+1)} \\
 & + \sum_{k=1}^K \sum_{t=1}^T Z_{1kt} e_{1k} \left(\left(\sum_{t=1}^T P_{1k(t-1)} \right) + 1 \right)^{br} \times P_{1kt}^{(br+1)}
 \end{aligned}$$

$$y_{1kt} = \{0,1\} \quad \forall k,t \quad (23)$$

محدودیت ۳ به تعادل تولید برمی‌گردد. محدودیت ۴ میان محصولات تولیدی در بخش اول با تولیدات بخش دوم ارتباط برقرار می‌کند. محدودیت ۵ مطمئن می‌سازد که سطح موجودی اولیه و میزان قرارداد جانبی اولیه در بخش اول باید بزرگ‌تر مساوی تولیدات دوره بعد در بخش دوم باشد. محدودیت‌های ۶، ۷، ۸، ۹ از برقراری رابطه ظرفیت زمان تولید ماشین‌آلات اطمینان می‌دهند. محدودیت‌های ۱۰ و ۱۱ لزوم راه‌اندازی ماشین برای تولید را نشان می‌دهد. محدودیت‌های ۱۲ و ۱۳ تعادل نیروی کار را نشان می‌دهند. محدودیت‌های ۱۴، ۱۵، ۱۶ و ۱۷ لزوم برقراری نامعادله ظرفیت تولید کارگران را با در نظر گرفتن اثر یادگیری نشان می‌دهند. محدودیت‌های ۱۸، ۱۹ و ۲۰ ماکزیمم ظرفیت نیروی کار و خرید را از طریق قرارداد جانبی نشان می‌دهد. رابطه ۲۱ بیان می‌کند هم‌زمان نمی‌توان هم کمبود و هم موجودی داشت. روابط ۲۲ و ۲۳ نشانگر صفر و یک بودن متغیرهای راه‌اندازی ماشین‌آلات است. در ضمن، تمام متغیرهای مدل نامنفی هستند.

برنامه‌ریزی آرمانی فازی برای اصلاح اهداف

مجموعه فازی در برنامه‌ریزی آرمانی زمانی استفاده می‌شود که مدیر میزان ارزش انتظاری خود را به صورت قطعی بیان نکند و یک ارزش انتظاری مبهم ممکن است یک هدف فازی بیان شود. همچنین، در مسائل تصمیم‌گیری چندهدفه که معمولاً اوزان اهداف متفاوت است، استفاده از مدل برنامه‌ریزی آرمانی یکی از روش‌های مفید برای به هم‌گرایی رساندن اهداف است. در نتیجه، در اینجا از برنامه‌ریزی آرمانی فازی به شرح زیر استفاده می‌شود:

همچنین، از نظر تصمیم‌ساز برای طراحی توابع عضویت استفاده می‌شود. سه نوع مدل برنامه‌ریزی آرمانی فازی به صورت زیر است:

$$G_i(X) \leq g_i \quad i = 1, \dots, N \quad (24)$$

$$G_i(X) \geq g_i \quad i = N + 1, \dots, K \quad (25)$$

$$G_i(X) \cong g_i \quad i = K + 1, \dots, M \quad (26)$$

$$S t : \quad cX \leq d \quad (27)$$

در این حالت، نقطه بهینه X به گونه‌ای به دست می‌آید

محدودیت‌های مدل

(۳)

S t :

$$P_{2it} + O_{2it} + S_{2it} + B_{2it} - B_{2i(t-1)}$$

$$+ I_{2i(t-1)} - I_{2it} = D_{2it} \quad \forall i,t$$

(۴)

$$P_{1kt} + O_{1kt} + S_{1kt}$$

$$+ I_{1k(t-1)} - I_{1kt} =$$

$$= \sum_{i=1}^I f_{ik} \times (P_{2i(t+lid)} + O_{2i(t+lid)}) \quad \forall k,t$$

(۵)

$$S_{0k} + I_{0k} - I_{2t0} =$$

$$\sum_{i=1}^I \sum_{t=1}^{lid} f_{ik} \times (P_{2i(t+lid)} + O_{2i(t+lid)}) \quad \forall k$$

$$\sum_{i=1}^I (A_{2ij} \times P_{2it} + u_{2ij} \times y_{2it}) \leq R_{jt} \quad \forall j,t \quad (6)$$

$$\sum_{i=1}^I (A_{2ij} \times O_{2it}) \leq \beta_{jt} \times R_{jt} \quad \forall j,t \quad (7)$$

$$\sum_{k=1}^K (A_{1kl} \times P_{1kt} + u_{1kl} \times y_{1kt}) \leq RR_{lt} \quad \forall l,t \quad (8)$$

$$\sum_{k=1}^K (A_{1kl} \times O_{1kt}) \leq \beta_{2lt} \times RR_{lt} \quad \forall l,t \quad (9)$$

$$P_{1kt} + O_{1kt} \leq M \cdot y_{1kt} \quad \forall k,t \quad (10)$$

$$P_{2it} + O_{2it} \leq M \cdot y_{2it} \quad \forall i,t \quad (11)$$

$$W_t = W_{(t-1)} + H_t - L_t \quad \forall t \quad (12)$$

$$WW_t = WW_{(t-1)} + HH_t - LL_t \quad \forall t \quad (13)$$

$$\sum_{k=1}^K e_{1k} \left(\left(\sum_{t=1}^T P_{1k(t-1)} + 1 \right)^{br} \right) \times$$

$$(P_{1kt}^{(br+1)}) \leq f \times WW_t \quad \forall t \quad (14)$$

$$\sum_{k=1}^K e_{2k} \times O_{1kt} \leq \alpha_{lt} \times f \times WW_t \quad \forall t \quad (15)$$

$$\sum_{i=1}^I e_{2i} \left(\left(\sum_{t=1}^T P_{2i(t-1)} + 1 \right)^{br} \right) \times$$

$$(P_{2it}^{(br+1)}) \leq f \times W_t \quad \forall t \quad (16)$$

$$\sum_{i=1}^I e_{2i} \times O_{2it} \leq \alpha_{2t} \times f \times W_t \quad \forall t \quad (17)$$

$$W_t \leq W_{\max t} \quad \forall t \quad (18)$$

$$WW_t \leq WW_{\max t} \quad \forall t \quad (19)$$

$$S_{2it} \leq S_{2it \max} \quad \forall i,t \quad (20)$$

$$B_{2it} \times I_{2it} = 0 \quad \forall i,t \quad (21)$$

$$y_{2it} = \{0,1\} \quad \forall i,t \quad (22)$$

$$\mu_{\text{نسبتاً کم}}(x) = \begin{cases} \left(\frac{1}{10}\right)(x - 20) & \text{for } x \in [20, 30] \\ \left(\frac{1}{10}\right)(40 - x) & \text{for } x \in [30, 40] \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

متوسط = (۳۵، ۴۰، ۴۵)

$$\mu_{\text{متوسط}}(x) = \begin{cases} \left(\frac{1}{5}\right)(x - 35) & \text{for } x \in [35, 40] \\ \left(\frac{1}{5}\right)(45 - x) & \text{for } x \in [40, 45] \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

زیاد نسبتاً = (۴۲، ۵۲، ۶۲)

$$\mu_{\text{نسبتاً زیاد}}(x) = \begin{cases} \left(\frac{1}{10}\right)(x - 42) & \text{for } x \in [42, 52] \\ \left(\frac{1}{10}\right)(62 - x) & \text{for } x \in [52, 62] \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

زیاد = (۶۰، ۷۵، ۹۰)

$$\mu_{\text{زیاد}}(x) = \begin{cases} \left(\frac{1}{15}\right)(x - 60) & \text{for } x \in [60, 75] \\ \left(\frac{1}{15}\right)(90 - x) & \text{for } x \in [75, 90] \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

خیلی زیاد = (۸۵، ۱۰۰، ۱۰۰)

$$\mu_{\text{خیلی زیاد}}(x) = \begin{cases} \left(\frac{1}{15}\right)(x - 85) & \text{for } x \in [85, 100] \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

ایجاد تابع هدف ثانویه

با استفاده از روش برنامه‌ریزی آرمانی فازی، مدل چندهدفه به یک مدل تک‌هدفه تبدیل می‌شود. برای این کار به‌زای هر یک از اهداف یک متغیر کمکی (μ_i) تعریف می‌شود که بین صفر و یک قرار دارد و بیانگر حد نزدیکی اهداف با ارزش انتظاری تصمیم‌گیرنده است. حال یک تابع هدف ثانویه تعریف می‌شود، به‌گونه‌ای که در این تابع هدف ثانویه، هدف بیشینه‌کردن میزان مجموع وزنی متغیرهای کمکی تمام اهداف مسئله است، به‌صورتی که اولویت‌بندی مورد نیاز تصمیم‌ساز نیز در آن لحاظ شود. در این مدل، ابتدا برای هر یک از اهداف، تصمیم‌ساز یک ارزش انتظاری تعیین می‌کند و میزان بهینه‌توابع هدف باید به‌گونه‌ای به‌دست آید که میزان نزدیکی به اهداف در تابع هدف ثانویه بیشینه شود. توابع عضویت اهداف همان میزان تحقق اهداف هستند که در اینجا هدف حداکثر نمودن مجموع وزنی اهداف در نظر گرفته می‌شود. شایان ذکر است که جمع اوزان برابر یک خواهد بود. اولویت‌بندی اهداف در این مدل به‌صورت فازی است که برای هر یک از ارزش‌های

که اهداف را برآورده کند. در این حالت g_i ارزش انتظاری هدف i ام و $cX \leq d$ محدودیت‌های مدل در حالت قطعی هستند. در این حالت، توابع عضویت اهداف فازی روش ارائه‌شده در منابع [۱۲] و [۱۳] تعریف می‌شوند.

ایجاد تابع عضویت برای هدف کیفی

در این پژوهش، هدفی کیفی در نظر گرفته شده است که میزان رضایتمندی مشتری را نشان می‌دهد. این نظر مشتری از طریق متغیرهای زبانی بیان می‌شود.

در اینجا اعداد فازی که برای بیان متغیرهای زبانی به‌کار گرفته می‌شوند، به‌صورت اعداد فازی دوزنقه‌ای است که تابع عضویت آن به‌صورت زیر نمایش داده می‌شود:

$$\mu_{A(x)} = \begin{cases} \frac{x-a}{b-a} & \text{for } X \in [a, b] \\ 1 & \text{for } X \in [b, c] \\ \frac{x-d}{c-d} & \text{for } X \in [c, d] \\ 0 & \text{other} \end{cases} \quad (28)$$

که در آن \tilde{A} یک عدد فازی دوزنقه‌ای است که به این صورت نمایش داده می‌شود: $\tilde{A} = (a, b, c, d)$ که در حالت خاص اگر $b=c$ باشد، به‌صورت عدد فازی مثلثی $\tilde{A} = (a, b, d)$ نمایش داده می‌شود. در تحقیق حاضر از مجموعه متغیر زبانی زیر برای نشان دادن میزان رضایت مشتری استفاده شده است:

{(خیلی زیاد)، (زیاد)، (نسبتاً زیاد)، (متوسط)، (نسبتاً کم)، (کم)، و (خیلی کم)} = رضایتمندی مشتری

فرض می‌شود رضایتمندی مشتری اعدادی بین صفر تا صد درصد است که در اینجا توابع عضویت اعداد مثلثی به‌صورت زیر نمایش داده می‌شود:

$$\mu_{\text{خیلی کم}} = (0, 0, 8) \\ \mu_{\text{خیلی کم}}(x) = \begin{cases} \left(\frac{1}{8}\right)(8 - x) & \text{for } x \in [0, 8] \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\mu_{\text{کم}} = (22, 14, 6) \\ \mu_{\text{کم}}(x) = \begin{cases} \left(\frac{1}{8}\right)(x - 6) & \text{for } x \in [6, 14] \\ \left(\frac{1}{8}\right)(22 - x) & \text{for } x \in [14, 22] \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

نسبتاً کم = (۳۰، ۲۰، ۴۰)

قرارداد جانبی و میزان استخدام و اخراج

برای محاسبه میزان متغیرهای تولید، خرید از قرارداد جانبی به صورت زیر عمل می‌شود.

میزان تولید در بخش دوم

برای به دست آوردن یک جواب اولیه از متغیر میزان تولید ابتدا هزینه تولید به صورت صعودی مرتب می‌شود. اولین تولید از محصول نوع i ام که کمترین هزینه تولید را دارد شروع می‌شود.

$$Z_i = CP_{2it}$$

$$Z_{[1]} \leq Z_{[2]} \leq \dots \leq Z_{[N]}$$

میزان تولید در زمان عادی از هر نوع محصول به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$P_{2it} = \text{rand}[\circ, \text{Min}\{Max(\circ, \frac{W_{t \max} f - \sum_{l < i} \sum_{t=1}^T e_{2l} \left((P_{2l(t-1)} + 1) \right)^{br} \times P_{2it}^{br+1}}{e_{2i}}, \text{max}(\circ, \frac{RJ_{t \max} - \sum_{l < i} \sum_{t=1}^T a_{2[l]j} \left((P_{2l(t-1)} + 1) \right)^{br} \times P_{2it}^{br+1}}{a_{2[i]j}})\})\} \quad (30)$$

میزان تولید در زمان اضافه کاری نیز مانند رابطه ۳۰ محاسبه می‌شود، به نحوی که اول هزینه‌های تولید به صورت صعودی مرتب می‌شود، سپس اقدامات به شرح زیر صورت می‌گیرد.

$$E_i = CO_{2it}$$

$$E_{[1]} \leq E_{[2]} \leq \dots \leq E_{[N]} \quad (31)$$

$$O_{2it} = \text{rand}[\circ, \text{min}\{max(\circ,$$

$$\frac{W_{t \max} \alpha_{2if} - \sum_{l < i} \sum_{t=1}^T e_{2l} \left((O_{2l(t-1)} + 1) \right)^{br} \times O_{2it}^{br+1}}{e_{2i}}, \text{max}(\circ, \frac{\beta_{ji} \times RJ_{t \max} - \sum_{l < i} \sum_{t=1}^T a_{2[l]j} \left((O_{2l(t-1)} + 1) \right)^{br} \times O_{2it}^{br+1}}{a_{2[i]j}})\})\}$$

در نهایت میزان خرید جانبی برای هر نوع محصول به صورت زیر به دست می‌آید.

$$S_{2it} = \text{rand}[0, S_{2it \max}] \quad (32)$$

هر ژن از مجموع این سه متغیر اصلی به دست می‌آید.

$$TP = P_{2it} + O_{2it} + S_{2it} \quad (33)$$

بر اساس این متغیرها، متغیرهای دیگر محاسبه می‌شود.

کلامی (مانند کم‌اهمیت، متوسط، مهم، خیلی مهم) یک عدد فازی دوزنقه‌ای در نظر گرفته می‌شود و با تشخیص و نظر تصمیم‌ساز اولویت‌های اهداف تعیین می‌شود و با وزن خاص خود در مدل قرار می‌گیرد. حال با استفاده از روش میانگین وزنی اشاره شده در زیر، ابتدا اعداد فازی به صورت قطعی درمی‌آید و سپس نرمال‌سازی می‌شود و در تابع هدف زیر به عنوان W_{mi} قرار داده می‌شود. نامعادلات توابع عضویت نیز به مدل اضافه می‌شود. مدل ثانویه به صورت زیر است:

$$Max = w_{m1} \times m_1 + w_{m2} \times m_2 + w_{m3} \times m_3 \quad (29)$$

$M_1 \geq m_{z1}$ (هدف به حداکثرسازی سود)

$M_2 \leq m_{z2}$ (هدف به حداقل‌سازی هزینه تعمیرات)

$M_3 \leq m_{z3}$ (هدف رضایتمندی کل مشتری (زیاد باشد)) (زیاد x))

S.t:

$$M_1 \leq 1$$

$$M_2 \leq 1$$

$$M_3 \leq 1$$

باقی محدودیت‌ها مانند قبل بیان می‌شود.

الگوریتم ژنتیک

هالند (۱۹۷۵) برای اولین بار الگوریتم ژنتیک را مطرح کرد. گام‌های این روش برای حل مسئله مورد مطالعه در این پژوهش به صورت زیر است:

معرفی کروموزوم

در تحقیق حاضر، کروموزوم به صورتی معرفی شده است که هر ژن آن معرف تولید ادغامی کل باشد که از سه متغیر تصمیم اصلی مسئله شامل تولید در زمان عادی، تولید در زمان اضافه کاری و میزان خرید از قرارداد جانبی تشکیل شده است (شکل ۱). این کروموزوم از T ستون تشکیل شده است که تعداد دوره‌های مسئله است.

| دوره | ۱ | ۲ | ... | T-1 | T |
|-------------|------------------|------------------|-----|--------------------|------------------|
| محصول نوع ۱ | TP ₁₁ | TP ₁₂ | ... | TP _{1T-1} | TP _{1T} |
| محصول نوع ۲ | TP ₂₁ | TP ₂₂ | ... | TP _{2T-1} | TP _{2T} |
| ... | | | | | |
| محصول نوع i | TP _{i1} | TP _{i2} | ... | TP _{iT-1} | TP _{iT} |

شکل ۱. نمایش کروموزوم در الگوریتم ژنتیک

محاسبه میزان متغیرهای تولید، میزان خرید از

اضافه می‌شود. این عملگر برای جلوگیری از به‌وجودآمدن حلقه مفید است که در شکل ۳ نمایش داده می‌شود.

والد

| | | | |
|-----------------------------------|------------------|------------------|------------------|
| برنامه‌ریزی ادغامی کل محصول نوع ۱ | TP ₁₁ | TP ₁₂ | TP ₁₃ |
| برنامه‌ریزی ادغامی کل محصول نوع ۲ | TP ₂₁ | TP ₂₂ | TP ₂₃ |

فرزند

| | | | |
|-----------------------------------|--------------------|------------------|--------------------|
| برنامه‌ریزی ادغامی کل محصول نوع ۱ | TP _{11+∇} | TP ₁₂ | TP ₁₃ |
| برنامه‌ریزی ادغامی کل محصول نوع ۲ | TP ₂₁ | TP ₂₂ | TP _{23-∇} |

شکل ۳. نمایش عملگر جهش

تابع برازندگی

بعد از به‌وجودآوردن کروموزوم‌ها، برای محاسبه تابع برازندگی آن‌ها از رابطه ۲۳ استفاده می‌شود.

شرایط توقف

زمان توقف زمانی است که الگوریتم به بهترین جواب خود رسیده باشد و از این جهت نیز الگوریتم‌ها با یکدیگر مقایسه شده‌اند.

الگوریتم جست‌وجوی ممنوعه

این الگوریتم یک روش جست‌وجوی همسایگی است که در هر نسل یک حرکتی برای رسیدن به بهترین جواب همسایگی صورت می‌گیرد. برای جلوگیری از وقوع حلقه، جواب‌های به‌دست‌آمده در لیست ممنوعه قرار می‌گیرد، حرکت ممنوع است اگر به جواب موجود در لیست برسد.

جواب اولیه

تولید ادغامی کل برای هر دوره برابر با تقاضاهای دوره است که جواب اولیه است.

لیست ممنوعه

در این لیست، شاخص جواب‌های مشاهده‌شده نگهداری می‌شود. شاخص جدید جایگزین قدیمی‌ترین می‌شود. این لیست در شروع کار خالی است.

برنامه جست‌وجوی همسایگی

برای به‌دست‌آوردن تمام همسایگی‌ها زمان زیادی صرف

$$W_t = \sum_{i=1}^n e_{2i} \times P_{2it} \quad (34)$$

$$W_t = W_{t-1} + H_t - L_t \quad (35)$$

$$TP + B_{2it} - B_{2it-1} + I_{2it-1} - I_{2it} = D_{2it} \quad (36)$$

سپس همین کار برای متغیرهای تولید در بخش اول انجام می‌گیرد و تمام متغیرها محاسبه می‌شود.

عملگرهای ژنتیک

تولید مجدد

بهترین کروموزوم‌های هر نسل که تابع برازندگی بهتری دارند، به نسل دیگر منتقل می‌شوند. این عملگر برای حفظ جواب‌های خوب به‌کار می‌رود.

تقاطع

یک جفت کروموزوم انتخاب می‌شود و طبق رابطه ۲۴ فرزند پدید می‌آید که این فرزند هم خصوصیات والد اول و هم خصوصیات والد دوم را دارد که در شکل ۲ مشاهده می‌شود.

$$(37)$$

$$\tau_{it} = \gamma \times TP_{it} + (1-\gamma) \times TP_{it}'' \quad \gamma \in (0,1)$$

والد اول

| | | | |
|-----------------------------------|------------------|------------------|------------------|
| برنامه‌ریزی ادغامی کل محصول نوع ۱ | TP ₁₁ | TP ₁₂ | TP ₁₃ |
| برنامه‌ریزی ادغامی کل محصول نوع ۲ | TP ₂₁ | TP ₂₂ | TP ₂₃ |

والد دوم

| | | | |
|-----------------------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| برنامه‌ریزی ادغامی کل محصول نوع ۱ | TP'' ₁₁ | TP'' ₁₂ | TP'' ₁₃ |
| برنامه‌ریزی ادغامی کل محصول نوع ۲ | TP'' ₂₁ | TP'' ₂₂ | TP'' ₂₃ |

فرزند

| | | | |
|-----------------------------------|-------------|-------------|-------------|
| برنامه‌ریزی ادغامی کل محصول نوع ۱ | τ_{11} | τ_{21} | τ_{31} |
| برنامه‌ریزی ادغامی کل محصول نوع ۲ | τ_{21} | τ_{22} | τ_{23} |

شکل ۲. نمایش عملگر تقاطع

جهش

در این عملگر، تغییراتی در کروموزوم انتخابی اعمال می‌شود؛ برای مثال، عدد ثابتی از یک ژن کم و به ژن دیگر

شده است.

در این پژوهش، در الگوریتم ژنتیک برای چهار پارامتر نرخ تقاطع، نرخ جهش، اندازه جمعیت نسل‌ها و تعداد تکرارها و در الگوریتم جست‌وجوی ممنوعه برای سه پارامتر تعداد همسایه‌های مورد بررسی و تعداد تکرارها و تعداد لیست ممنوعه تنظیم پارامتر صورت می‌گیرد. هر یک از پارامترهای یادشده به صورت جدول ۱ و ۲ به کار می‌رود.

می‌شود؛ بنابراین، یک حد برای آن تعریف شده است که $Min\{N \times T, 50\}$ است و نحوه به دست آوردن آن مانند عملگر جهش الگوریتم ژنتیک است.

شرط توقف

زمان توقف زمانی است که الگوریتم به بهترین جواب خود رسیده باشد.

تنظیم پارامتر

به منظور تنظیم پارامتر الگوریتم‌ها از روش تاگوچی استفاده

جدول ۱. مقادیر عناصر هر سطح برای TS

| سطح فاکتور | تعداد کروموزوم | احتمال تقاطع | احتمال جهش | تعداد نسل |
|------------|----------------|--------------|------------|-----------|
| ۱ | ۶۰ | ۰/۵ | ۰/۱ | ۲۰۰ |
| ۲ | ۸۰ | ۰/۶ | ۰/۱۵ | ۳۰۰ |
| ۳ | ۱۰۰ | ۰/۷ | ۰/۲ | ۴۰۰ |

جدول ۲. مقادیر عناصر هر سطح برای GA

| سطح فاکتور | تعداد همسایگی بررسی | تعداد تکرار | تعداد لیست ممنوعه |
|------------|-------------------------|-------------|-------------------------|
| ۱ | i | ۳۰۰ | i |
| ۲ | $Min\{i \times t, 50\}$ | ۴۰۰ | $Min\{i \times t, 50\}$ |
| ۳ | $Max\{i \times t, 50\}$ | ۵۰۰ | $Max\{i \times t, 50\}$ |

مشاهده می‌شود. با توجه به جدول ۳، از لحاظ زمان محاسباتی GA نسبت به TS و Lingo برتری دارد. حال این پرسش مطرح می‌شود که این مقایسات در الگوریتم باید بر مبنای چه معیاری صورت گیرد. یکی از بهترین معروف‌ترین معیارهای اندازه‌گیری کارایی در مسائل، معیار شاخص درصد نسبی (RPI^6) به عنوان معیار سنجش عملکرد الگوریتم‌هاست. نحوه به کارگیری معیار یادشده به این صورت است که پس از محاسبه مقدار تابع هدف برای هر یک از الگوریتم‌های مورد مقایسه، بهترین و بدترین مقدار در بین مقادیر به دست آمده از مسائل نمونه به ترتیب با Max_{sol} و $Worst_{sol}$ مشخص می‌شود، سپس با استفاده از رابطه زیر مقدار RPI هر الگوریتم به دست می‌آید.

$$RPI = \frac{Max_{sol} - A Ig_{sol}}{Max_{sol} - Worst_{sol}} \quad (38)$$

در این رابطه Alg_{sol} نشان دهنده مقدار به دست آمده از

در GA تعداد کروموزوم ۱۰۰، تعداد تکرارها ۴۰۰، احتمال تقاطع ۰/۵ و احتمال جهش ۰/۱۵ است. همین‌طور برای TS تعداد همسایگی $Max\{i \times t, 50\}$ ، تعداد تکرار ۴۰۰ و تعداد لیست ممنوعه نیز برابر $Min\{i \times t, 50\}$ است.

نتایج محاسباتی

مسائل مورد مطالعه در این پژوهش طیف وسیعی از مسائل را دربرمی‌گیرد. مسائل نمونه شامل سه مجموعه مسائل کوچک و متوسط و بزرگ هستند. این مدل در ابعاد مختلف ابتدا با نرم‌افزار Lingo حل شده و سپس با استفاده از الگوریتم‌های GA و TS در ++c با لپ‌تاب corei3 M380 processor 2.53GHZ حل شده است. برای نمایش کارایی دو الگوریتم ژنتیک و جست‌وجوی ممنوعه، نتایج ۲۰ نمونه از مسائل حل شده با این دو الگوریتم با نتایج حل آن‌ها با نرم‌افزار لینگو ۸ مقایسه شده است که نتایج در جدول ۳

اجرا شده است و اولین زمانی که هر الگوریتم به بهترین جواب خود رسیده است ملاک مقایسه زمانی در نظر گرفته شده است.

همان‌طور که در جدول ۴ مشاهده می‌شود، نتایج متوسط RPI و متوسط زمان اجرای الگوریتم GA نسبت به سایر روش‌ها بهتر است.

الگوریتم مورد مقایسه است. بدیهی است هرچه مقدار RPI کوچک‌تر باشد، مطلوب‌تر است ($0 \leq RPI \leq 1$). نتایج آزمایش‌ها برای هر یک از الگوریتم‌های مورد مقایسه در جدول ۴ می‌آید. برای آنکه تبعات حاصل از تصادفی بودن نتایج از بین برود، هر یک از مجموعه مسائل نمونه ده بار اجرا شده و متوسط نتایج مبنای مقایسات قرار گرفته است. همچنین، الگوریتم‌ها در زمان‌های برابر در هر مسئله نمونه

جدول ۳. مقایسه نتایج حل مسائل با ابعاد گوناگون با LINGO و GA و TS

| شماره | lingo | | GA | | TS | | | |
|---------|--------------|----------|----------|---------|----------|----------|---------|----------|
| | Obj function | CPU Time | Best obj | Ave obj | CPU Time | Best obj | Ave obj | CPU Time |
| PS1 | ۰/۸۸ | ۳ | ۰/۸۸ | ۰/۸۶۳ | ۱۲ | ۰/۸۸ | ۰/۸۵۸ | ۱۵ |
| PS2 | ۰/۸۹ | ۵ | ۰/۸۹ | ۰/۸۴۹ | ۲۳/۱ | ۰/۸۹ | ۰/۸۴۱ | ۲۸ |
| PS3 | ۰/۷۸ | ۶ | ۰/۷۸ | ۰/۷۲ | ۲۲ | ۰/۷۸ | ۰/۶۹ | ۳۴ |
| PS4 | ۰/۸۶ | ۱۸ | ۰/۸۴۵ | ۰/۸۱ | ۲۵ | ۰/۸۳۸ | ۰/۷۹۶ | ۳۷ |
| PS5 | ۰/۹۰ | ۴۵ | ۰/۸۹ | ۰/۶۹ | ۳۲ | ۰/۸۶۵ | ۰/۷۹۰ | ۴۵ |
| PS6 | ۰/۷۶۰ | ۱۵۹ | ۰/۷۴۲ | ۰/۶۶ | ۳۵ | ۰/۷۳۵ | ۰/۶۷۶ | ۵۴ |
| PM1 | ۰/۸۵۶ | ۱۸۹ | ۰/۸۴۸ | ۰/۸۳۴ | ۴۰ | ۰/۸۴۶ | ۰/۸۴۹ | ۴۸ |
| PM2 | ۰/۷۹۵ | ۳۲۴ | ۰/۷۷۵ | ۰/۷۵۲ | ۶۷ | ۰/۷۸۳ | ۰/۷۱۸ | ۶۹ |
| PM3 | ۰/۸۹۱۷ | ۴۲۳ | ۰/۸۸۲۷ | ۰/۸۶۶۵ | ۷۶ | ۰/۸۵۸ | ۰/۸۴۷۶ | ۷۸/۵ |
| PM4 | ۰/۹۰ | ۶۳۲ | ۰/۸۹۲ | ۰/۷۶۰۸ | ۱۲۵ | ۰/۷۹ | ۰/۷۶۳۸ | ۱۴۳ |
| PM5 | ۰/۷۶۱ | ۸۴۵ | ۰/۷۶۱ | ۰/۷۰۹۸ | ۱۷۳ | ۰/۷۶۱ | ۰/۷۳۹۴ | ۱۸۲ |
| PM6 | ۰/۸۵۶ | ۱۱۰۶ | ۰/۸۵۶ | ۰/۷۲۲۵ | ۲۳۲ | ۰/۸۲۶ | ۰/۸۰۷۶ | ۲۲۲ |
| PM7 | ۰/۷۹۵ | ۱۳۴۸ | ۰/۷۷۴ | ۰/۷۱۰۶ | ۲۵۱ | ۰/۷۷۴ | ۰/۷۰۳۲ | ۲۴۵ |
| PM8 | ۰/۸۹۰۷ | ۱۵۰۳ | ۰/۸۹۱۷ | ۰/۷۹۳ | ۲۹۴ | ۰/۸۶۵۷ | ۰/۸۲۸۷ | ۳۱۵ |
| PM9 | ۰/۷۶ | ۲۲۳۶ | ۰/۷۶۸ | ۰/۶۸۵ | ۳۴۲ | ۰/۷۵۶ | ۰/۶۵۶ | ۴۵۴ |
| PL1 | - | - | ۰/۷۹۷ | ۰/۷۲۹۴ | ۳۵۴ | ۰/۷۸۹ | ۰/۷۳۹۴ | ۴۳۵ |
| PL2 | - | - | ۰/۸۶۸ | ۰/۷۸۸۷ | ۳۶۵ | ۰/۸۶۸ | ۰/۸۵۱۱ | ۴۶۵ |
| PL3 | - | - | ۰/۷۳۵ | ۰/۷۱۱۲ | ۳۷۸ | ۰/۷۶۳ | ۰/۷۵۴۲ | ۵۱۶ |
| PL4 | - | - | ۰/۸۹۷۶ | ۰/۷۹۷۶ | ۴۳۶ | ۰/۸۶۱۲ | ۰/۸۶۵۴ | ۵۳۱ |
| PL5 | - | - | ۰/۷۴۷ | ۰/۶۹۸ | ۵۱۲ | ۰/۷۷۷ | ۰/۶۹۳ | ۶۸۹ |
| Average | | ۵۸۹/۴۶۶۷ | | | ۱۸۹/۷۰۵۰ | | | ۲۳۰/۲۷۵۰ |

جدول ۴. میانگین نسبی درصد اختلاف (RPI)

| سایز مسئله | | lingo | GA | TS |
|-----------------|---------|------------------|------------------|------------------|
| | | \overline{RPI} | \overline{RPI} | \overline{RPI} |
| Small problem | PS1 | ۰/۰۰۰۰ | ۰/۰۰۰۰ | ۰/۰۰۰۰ |
| | PS2 | ۰/۰۰۰۰ | ۰/۰۰۰۰ | ۰/۰۰۰۰ |
| | PS3 | ۰/۰۰۰۰ | ۰/۰۰۰۰ | ۰/۰۰۰۰ |
| | PS4 | ۰/۱۲۴۲ | ۰/۲۳۴۴ | ۰/۳۴۳۸ |
| | PS5 | ۰/۲۱۳۲ | ۰/۲۸۵۷ | ۰/۲۴۳۲ |
| | PS6 | ۰/۱۰۲۱ | ۰/۱۸۰۰ | ۰/۲۵۰۰ |
| | Average | ۰/۰۷۳۳ | ۰/۱۱۶۷ | ۰/۱۳۹۵ |
| Medium problems | PM1 | ۰/۲۳۱۲ | ۰/۳۶۳۶ | ۰/۴۵۴۵ |
| | PM2 | ۰/۱۱۲۳ | ۰/۲۵۹۷ | ۰/۱۵۵۸ |
| | PM3 | ۰/۱۲۴۲ | ۰/۲۰۵۰ | ۰/۷۶۷۷ |
| | PM4 | ۰/۰۴۳۴ | ۰/۰۵۷۵ | ۰/۷۹۰۲ |
| | PM5 | ۰/۱۲۴۱ | ۰/۲۴۱۲ | ۰/۲۳۴۵ |
| | PM6 | ۰/۲۳۴۵ | ۰/۳۱۲۳ | ۰/۲۴۱۲ |
| | PM7 | ۰/۲۴۱۲ | ۰/۲۲۸۸ | ۰/۲۲۸۸ |
| | PM8 | ۰/۰۱۰۱ | ۰/۱۲۱۰ | ۰/۲۶۳۴ |
| | PM9 | ۰/۰۷۱۴ | ۰/۰۹۳۲ | ۰/۱۰۷۱ |
| | Average | ۰/۱۳۲۵ | ۰/۲۰۹۱ | ۰/۳۶۰۴ |
| Large problems | PL1 | | ۰/۱۰۱۲ | ۰/۱۱۸۳ |
| | PL2 | | ۰/۲۳۴۱ | ۰/۴۲۳۴ |
| | PL3 | | ۰/۵۴۰۵ | ۰/۴۲۴۲ |
| | PL4 | | ۰/۲۱۳۴ | ۰/۳۶۴۰ |
| | PL5 | | ۰/۳۵۷۱ | ۰/۲۳۱۳ |
| | Average | | ۰/۲۸۹۳ | ۰/۳۱۲۳ |

جواب‌های نرم‌افزار لینگو به صورت رابطه ۳۹ محاسبه می‌شود.

انحرافات نتایج الگوریتم‌ها از جواب بهینه

درصد انحراف از جواب در دو الگوریتم یادشده در مقایسه با

$$\text{درصد انحراف خطا} = \frac{\text{Obj function Lingo} - \text{BEST Obj function (GA \& TS)}}{\text{Obj function Lingo}} \times 100 \quad (39)$$

انحراف کمتری نسبت به جواب بهینه مدل را حل می‌کند و جواب را به دست می‌آورد. به منظور مقایسه الگوریتم‌ها از تحلیل آماری تی زوجی یک طرفه در سطح اطمینان ۹۵ درصد استفاده می‌شود، زیرا از اساس هر مسئله مستقل از مسئله دیگر است. در واقع، مقایسه در مورد میانگین RPI مجموعه جواب‌های

با توجه به نتایج انحراف خطای دو الگوریتم ژنتیک و جست‌وجوی ممنوع در مقایسه با نتایج نرم لینگو و با توجه به اینکه متوسط انحراف الگوریتم GA، نسبت به جواب بهینه ۰/۰۲۳۶۹۴ درصد و متوسط انحراف الگوریتم TS، نسبت به جواب بهینه ۰/۰۳۴۵۶ درصد است، مشخص می‌شود الگوریتم ژنتیک معمولاً بهتر جواب می‌دهد و با

حداقل‌سازی هزینه تعمیرات و هدف کیفی میزان رضایتمندی مشتری ارائه شده است. شایان ذکر است اوزان اهداف با یکدیگر متفاوت است و این نکته در تبدیل مدل فازی به یک مدل قطعی لحاظ شده است. در مدل ارائه شده نوعی اثر یادگیری در نظر گرفته شده است که زمان تولید هر محصول را به میزان تولید آن در دوره‌های قبل وابسته می‌کند و اثر زوال ماشین‌آلات نیز مد نظر قرار گرفته است که نرخ خرابی محصولات را به دوره قبل وابسته می‌کند. با دخیل کردن نظرهای مدیر که به صورت متغیرهای زبانی بیان می‌شود و به صورت تابع هدف کیفی مشاهده می‌شود و سپس انتقال آن‌ها به مدل و استفاده از مفهوم‌های اثر یادگیری کارگران و اثر زوال ماشین‌آلات، مدل کاربردی‌تر شده است. این مدل چندهدفه فازی پس از تبدیل به یک مدل قطعی و اصلاح اهداف آن با روش برنامه‌ریزی آرمانی فازی، حل شده است. به دلیل NP-hard بودن مسئله، از دو الگوریتم فرا ابتکاری ژنتیک و جست‌وجوی ممنوعه برای حل این مسئله استفاده شده است که با تحلیل‌های انجام گرفته الگوریتم ژنتیک الگوریتم کارا تر تعیین شده است. برای تحقیقات آتی می‌توان تقاضا را به صورت ترکیبی فازی احتمالی در نظر گرفت، ارزش زمانی پول و سرمایه را در مدل وارد کرد، ظرفیت تولید ماشین‌آلات را به صورت فازی در نظر گرفت و مسیر تولید را در مدل مدنظر قرار داد.

به دست آمده از الگوریتم‌هاست. ادعای بهتر بودن مقادیر میانگین RPI الگوریتم‌ها نسبت یکدیگر ممکن است به صورت آزمون فرض صفر $H_0: D = 0$ در برابر $H_1: D > 0$ مطرح شود که در آن D اختلاف متوسط RPI الگوریتم‌ها در برابر یکدیگر است؛ بنابراین، فرض صفر رد می‌شود اگر:

$$t = \frac{\bar{D}}{S_D / \sqrt{n}} > t_{\alpha, n-1} \quad (40)$$

نتایج آزمون و مقدار p در سطح اطمینان ۹۵ درصد برای متوسط RPI برای الگوریتم‌ها در جدول ۵ مشاهده می‌شود:

جدول ۵. نتایج مقایسه آماری RPI مربوط به دو الگوریتم GA و TS براساس تی زوجی

| Algorithms | Test | Results of P-Value |
|------------|-------|--------------------|
| GA : TS | ۱/۶۸۵ | ۰/۰۰۲* |

همان‌طور که در جدول ۵ مشاهده می‌شود، با ۹۵ درصد اطمینان، متوسط RPI جواب‌های به دست آمده از طریق الگوریتم پیشنهادی GA نسبت به TS بهتر است.

نتیجه‌گیری

در این پژوهش، یک مدل چندهدفه برنامه‌ریزی تولید ادغامی فازی با اهداف کمی حداکثرسازی سود و

مراجع

- Gen. M, Tsujimura. Y and Ida. K. (1992). "Method for solving multi-objective aggregate production planning problem with fuzzy parameters", *Computers and Industrial Engineering*, Vol. 23, No. I- 4, PP. 117- 120.
- Wang, R. C. and Fang, H. H. (2001). "Aggregate production planning with multiple objectives in a fuzzy environment", *European journal of operational research*, Vol. 133, No. 3, PP. 521- 536.
- Wang, R. Chen, Liang, T. F. (2004). "Application of fuzzy multi-objective linear programming to aggregate production planning", *Computers & Industrial Engineering*, Vol. 46, No. 1, PP. 4617- 41.
- Wang, R. C. and Liang, T. F. (2005). "Applying possibilistic linear programming to aggregate production planning", *International Journal of Production Economics*, Vol. 98, No. 3, PP. 328- 341.
- Chao, F. H., Chang-J. T. and Shao Y. L. (2007). "A fuzzy goal programming approach to multi-objective optimization problem with priorities", *European Journal of Operational Research*, Vol. 176, No. 3, PP. 1319-1333.
- Shaoyuan, L. and Chaofang, H. (2009). "Satisfying optimization method based on goal programming for fuzzy multiple objective optimization problems", *Europe an Journal of Operational Research*, Vol. 197, No. 2, PP. 675- 684.

7. Jamalnia, A. and Soukhakian, M. A. (2009). "A hybrid fuzzy goal programming approach with different goal priorities to aggregate production planning", *Computers & Industrial Engineering*, Vol. 56, No. 4, PP. 1474–1486.
8. Ozcana, U. and Toklu, B. (2009). "Multiple-criteria decision-making in two-sided assembly line balancing: A goal programming and a fuzzy goal programming models", *Computers & Operations Research*, Vol. 36, No. 6, PP. 1955 – 1965.
9. Baykasoglu, A. and Gocken, T. (2010). "Multi-objective aggregate production planning with fuzzy parameters", *Advances in Engineering Software*, Vol. 41, No. 9, PP. 1124– 1131.
10. Phruksaphanrat, B. (2011). "Preemptive possibilistic linear programming: Application to aggregate production planning", *International Journal of Mechanical, Aerospace, Industrial, Mechatronic and Manufacturing Engineering*, Vol. 5, No. 8, PP. 1592- 1599.
11. Ramezani, R. Rahmani, D. and Barzinpour, F. (2012). "An aggregate production planning model for two phase production systems: Solving with genetic algorithm and tabusearch", *Expert Systems with Applications*, Vol. 39, No. 1, PP. 1256– 1263.
12. Hung, Y. F. and Hu, Y. C. (1998). "Solving mixed integer programming production planning problems with setups by shadow price information", *Computers and Operations Research*, Vol. 25, No. 12, PP. 1027– 1042.
13. Mortezaei, N., Zulkifli, N., Hong, T. S. and Yusuff, R. M. (2013). "Multi-objective aggregate production planning model with fuzzy parameters and its solving methods", *Life Science Journal*, Vol. 10, No. 4, PP. 2406- 2414.
14. Kaveh, K. D. and Ayda, S. (2014). "Solving a new multi-period multi-objective multi-product aggregate production planning problem using fuzzy goal programming", *Industrial Engineering and Management Systems*, Vol. 13, No. 4, PP. 369- 382.
15. Madadi, N. and Wong, K. Y. (2014). "A multi objective fuzzy aggregate production planning model considering real capacity and quality of products", *Mathematical Problems in Engineering*, Vol. 2014, Article ID 313829, 15 pages, doi:10.1155/2014/313829.
16. Gholamian, N., Mahdavi I., Tavakkoli-Moghaddam R. and Mahdavi-Amiri, N. (2015). "Comprehensive fuzzy multi-objective multi-product multi-site aggregate production planning decisions in a supply chain under uncertainty", *Applied Soft Computing*, Vol. 37, PP. 585– 607.
17. Chen Z. and Sarker B. R. (2015). "Aggregate production planning with learning effect and uncertain demand: A case based study", *Journal of Modelling in Management*, Vol. 10, No. 3, PP. 296– 324.
18. Aneirson, F. Da S. and Fernando, A. S. M. (2014). "A fuzzy goal programming model for solving aggregate production-planning problems under uncertainty: A case study in a Brazilian sugar mill", *Energy Economics*, Vol. 45, , PP. 196– 204.
19. Azadeh, A., Habibnejad-Ledari, H., Abdolhossein Zadeh, S. and Hosseinabadi Farahani, M. (2017). "A single-machine scheduling problem with learning effect, deterioration and non-monotonic time-dependent processing times", *International Journal of Computer Integrated Manufacturing*, Vol. 30, No.2-3, PP. 292-304.

واژه‌های انگلیسی به ترتیب استفاده در متن

1. Aggregate production Planning
2. Goal Programming
3. Multi Objective
4. Genetic Algorithm
5. Tabu Search
6. Relative Percentage Index (RPI)