

مدل سلسله‌مراتبی برای تعیین اندازه انباشته و زمان‌بندی تولید بسته محصولات مکمل

نجمه عباسی هفشجانی^۱، محمدمهدی لطفی^{۲*}، محبوبه هنرور^۳

۱. دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی صنایع، دانشگاه یزد

۲. دانشیار گروه مهندسی صنایع، دانشگاه یزد

۳. استادیار گروه مهندسی صنایع، دانشگاه یزد

(تاریخ دریافت: ۹۵/۰۱/۲۲، تاریخ دریافت روایت اصلاح‌شده: ۹۵/۰۹/۲۸، تاریخ تصویب: ۹۶/۰۲/۰۴)

چکیده

مسئله تعیین اندازه انباشته و زمان‌بندی تولید، با استفاده بهینه از منابع و کاهش هزینه‌ها در پاسخ به تقاضای متنوع مشتریان در کمترین زمان ممکن، از اهمیت خاصی برخوردار است. در این مقاله، مسئله تعیین اندازه انباشته و زمان‌بندی تولید برای بسته‌های محصولات مکمل بررسی می‌شود. هر بسته شامل چند نوع محصول مکمل با تعداد مشخص و زمان‌های پردازش متفاوت است که روی خطوط موازی مختلف، در یک محیط تولید برای انبارش تولید می‌شوند. برای حل این مسئله، یک رویکرد سلسله‌مراتبی با اهداف کمینه هزینه‌های تولید، کمبود و موجودی بسته‌ها و بیشینه استفاده از ظرفیت، در سطح اول و هدف کمینه زمان تولید بسته‌ها در سطح دوم پیشنهاد می‌شود. حل مدل سطح دوم در ابعاد بزرگ دشوار است؛ بنابراین، یک الگوریتم ابتکاری افق غلتان ارائه می‌شود که مقایسه عملکرد آن با حل دقیق و نیز کران پایین پیشنهادی در نمونه‌های عددی مختلف، نشان‌دهنده کیفیت و زمان حل مطلوب آن است. برای اعتبارسنجی مدل، از داده‌های واقعی یک کارخانه کاشی استفاده شده است. مطابق نتایج، برنامه تولید، هزینه‌ها و زمان تکمیل بسته‌ها در مقایسه با وضع فعلی بهبود می‌یابد.

واژه‌های کلیدی: الگوریتم ابتکاری، اندازه انباشته، برنامه‌ریزی سلسله‌مراتبی، بسته محصولات مکمل، زمان‌بندی تولید.

مقدمه

در مسئله تعیین اندازه انباشته، مقدار تولید هر محصول، در افق برنامه‌ریزی چنددوره‌ای تعیین می‌شود؛ به نحوی که هزینه‌های مرتبط کمینه شوند [۱]. در تعریف انواع مسائل تعیین اندازه انباشته، مشخصه‌هایی مانند افق برنامه‌ریزی، تعداد محصولات، محدودیت منابع یا ظرفیت، تقاضا، ساختار راه‌اندازی و کمبود مطرح می‌شوند. زمان‌بندی به معنای تخصیص منابع در دسترس به فعالیت‌های مشخص و تعیین توالی اجرای عملیات در یک بازه زمانی معلوم است. در مسائل زمان‌بندی، بهره‌برداری کارا از منابع، پاسخگویی سریع به تقاضا و انطباق دقیق با موعدهای تحویل از پیش تعیین شده، جزء اهداف اصلی به‌شمار می‌روند [۲].

این دو مسئله، متعلق به دو سطح تصمیم‌گیری میان‌مدت و کوتاه‌مدت هستند، اما ارتباط نزدیکی با یکدیگر دارند، زیرا نتایج مسئله اندازه انباشته، ورودی زمان‌بندی

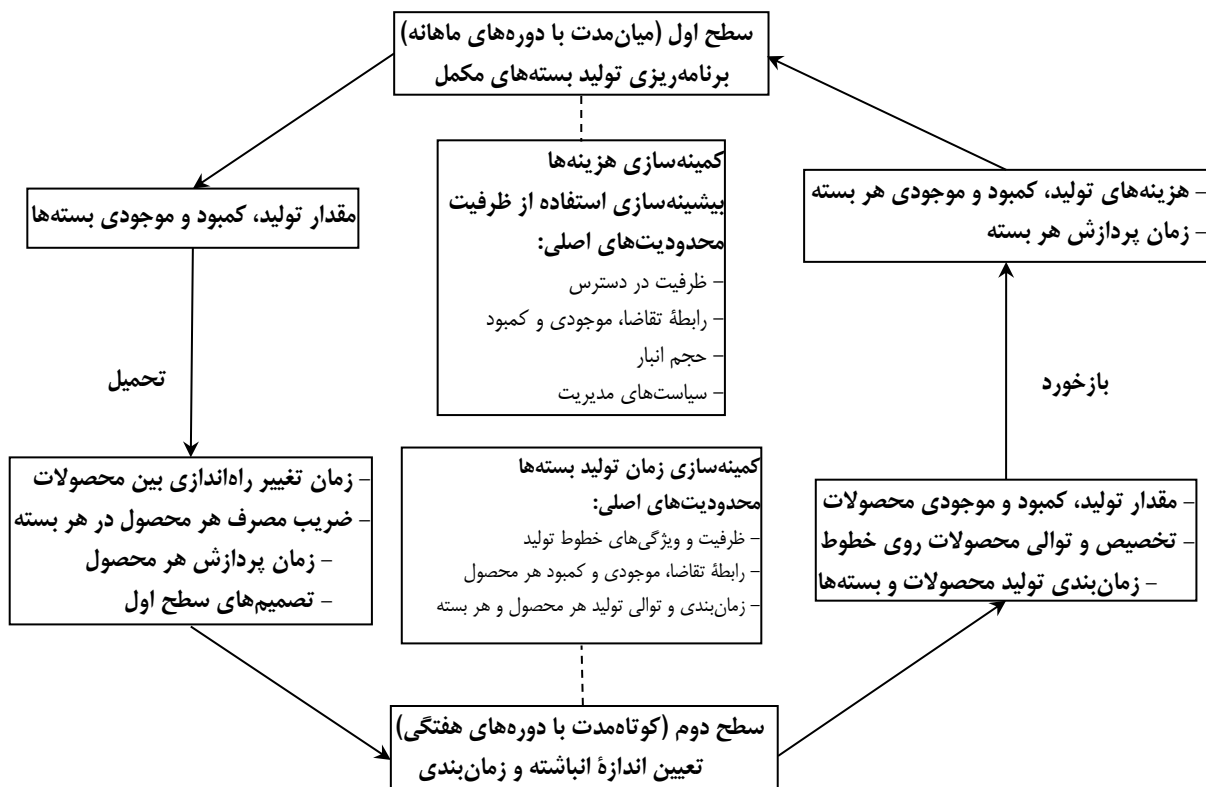
است؛ بنابراین، برای دستیابی به جواب‌های باکیفیت باید وابستگی این دو مسئله را در نظر گرفت. محیط‌های تولیدی این مسائل را می‌توان به صورت تک‌ماشین، ماشین‌های موازی، جریان کارگاهی، سیستم تولید انعطاف‌پذیر، تولید سلولی و خط مونتاژ و همچنین براساس نوع ساخت به صورت انبارشی، سفارشی یا ترکیبی در نظر گرفت.

برخی از تولیدکنندگان صنعت کاشی و سرامیک، نیازهای مشتری را در بسته‌های محصولات مکمل برآورده می‌کنند. در هر بسته، چند نوع محصول در اندازه‌ها، طرح‌ها و رنگ‌های مختلف به تعداد مشخص و هریک با زمان پردازش متفاوت روی خطوط مختلف تولید می‌شوند؛ بنابراین، برای تولید و تحویل به موقع بسته محصولات مکمل، مسئله تعیین اندازه انباشته و زمان‌بندی تولید مطرح می‌شود.

رویکرد یکپارچه به مسئله هم‌زمان اندازه انباشته و زمان‌بندی تولید بسته محصولات مکمل، به ایجاد مدلی

در ادامه مقاله، برخی از مطالعات پیشین برای مسئله اندازه انباشته و زمان بندی تولید معرفی می شوند. سپس رویکرد برنامه ریزی سلسله مراتبی پیشنهادی تشریح می شود. برای مدل سطح دوم، یک الگوریتم ابتکاری افق غلتان و یک کران پایین جدید پیشنهاد می شود. در مرحله بعد، اعتبار مدل در یک کارخانه کاشی بررسی می شود. سپس ارزیابی عملکرد الگوریتم ابتکاری و کران پایین صورت می گیرد و نتایج محاسباتی تحلیل می شود. مقاله با نتیجه گیری خاتمه می یابد. ساختار برنامه ریزی سلسله مراتبی پیشنهادی در شکل ۱ قابل مشاهده است.

رام نشدنی منجر می شود. برای کاهش پیچیدگی، رویکرد برنامه ریزی سلسله مراتبی دوسطحی پیشنهاد می شود. در سطح اول، مقدار تولید، موجودی و کمبود بسته محصولات مکمل با توجه به محدودیت های ظرفیت تولید و انبار و سیاست های مدیریت و با اهداف کمینه سازی هزینه ها و بیشینه سازی کاربری منابع تعیین می شود. در سطح دوم، تخصیص، توالی و زمان بندی محصولات هر بسته روی خطوط تولید، با توجه به محدودیت های ظرفیت و قابلیت تولید هر خط، زمان پردازش و ضریب مصرف محصولات و نیز مقادیر بهینه تولید، موجودی و کمبود از سطح اول، با هدف کمینه سازی زمان تولید بسته ها تعیین می شود.



شکل ۱. ساختار سلسله مراتبی مسئله

مبنای پژوهش های بعدی در این زمینه شد. گوبتا و مگنوسون [۴] مدلی ریاضی برای مسئله اندازه انباشته و زمان بندی تک ماشینی با ظرفیت محدود و هزینه های راه اندازی وابسته به توالی طراحی کردند که در آن، امکان انتقال راه اندازی بین دوره ها و راه اندازی در زمان بیکاری وجود دارد. آن ها همچنین، یک الگوریتم ابتکاری برای حل

مرور پیشینه پژوهش

با توجه به تعدد پژوهش ها در زمینه مسائل اندازه انباشته و زمان بندی تولید، تنها پژوهش هایی بررسی می شوند که هردو را مطالعه کرده اند. هکس و میل [۳]، یک مدل برنامه ریزی و زمان بندی تولید سلسله مراتبی چهار سطحی برای شرکتی با چند کارخانه معرفی کردند. این مدل،

ارائه کردند. آن‌ها برای حل نمونه‌های متوسط و بزرگ، الگوریتم‌های ابتکاری افق غلتان مبتنی بر مفروضات ساده‌کننده (مانند توالی مشابه محصولات در هر مرحله) طراحی کردند و برای بررسی دقت الگوریتم‌های ابتکاری، دو کران پایین ایجاد کردند. محمدی [۱۰] یک مدل ریاضی یکپارچه برای مسئله اندازه انباشته، زمان‌بندی و بارگذاری خطوط تولید انعطاف‌پذیر با راه‌اندازی‌های وابسته به توالی ارائه داد و سه الگوریتم ابتکاری تکرارشونده و دو کران پایین طراحی کرد. کواک و جی‌اونگ [۱۱] یک روش برنامه‌ریزی سلسله‌مراتبی دوسطحی برای مسئله اندازه انباشته و زمان‌بندی چندمحصولی تک‌ماشینی با ظرفیت محدود و راه‌اندازی وابسته به توالی پیشنهاد کردند. در سطح اول، مسئله اندازه انباشته با ظرفیت محدود و در سطح دوم، مسئله زمان‌بندی حل شد. سامارگو و همکاران [۱۲] سه مدل ریاضی جدید برای مسئله تعیین اندازه انباشته و زمان‌بندی دومرحله‌ای در یک محیط تولیدی با ماشین‌های موازی ارائه دادند که در آن‌ها، محصولات از منابع مشترک تولید می‌شوند. همچنین در آن‌ها زمان گسسته، پیوسته یا ترکیبی است. در مدل اول، ساختار زمانی همه مراحل، ثابت است. در مدل دوم، بازه‌های تولید طول دلخواه دارند و وابسته به دوره‌های زمانی‌اند و در مدل سوم، بازه‌های تولید دارای طول دلخواه و مستقل از دوره‌های زمانی هستند. رضانیان و همکاران [۱] مدلی ریاضی برای مسئله یکپارچه اندازه انباشته و زمان‌بندی در یک سیستم تولید کارگاهی چندمحصولی چنددوره‌ای با ظرفیت محدود و راه‌اندازی‌های وابسته به توالی و امکان انتقال راه‌اندازی در دوره‌های پیاپی ارائه کردند که حل آن، به دلیل کاهش تعداد متغیرهای پیوسته و باینری و محدودیت‌ها آسان‌تر بود.

سیانر و میر [۱۳] یک مسئله اندازه انباشته و زمان‌بندی در سیستم‌های تولید چندمرحله‌ای چندمحصولی شامل خطوط تولید موازی ناهمگن در هر مرحله و با ظرفیت محدود و تقاضای قطعی بدون کمبود را با هدف کمینه‌سازی هزینه‌های تولید، نگهداری و راه‌اندازی وابسته به توالی و نیز هزینه‌های خرید، اضافه‌کاری و آماده‌سازی بررسی کردند. ایده اصلی، استفاده از دوره‌های زمانی کوتاه‌تر بود که موجب کوتاه‌شدن زمان‌های تحویل

مسئله در ابعاد بزرگ ارائه دادند. ساویک [۵] چارچوب سلسله‌مراتبی و مدل‌های برنامه‌ریزی عدد صحیح برای زمان‌بندی تولید چندهدفه در یک محیط کارگاهی ترکیبی با ماشین‌های چندظرفیتی و روش تولید دسته‌ای براساس سفارش^۱ معرفی کرد. این مدل‌ها برای تخصیص سفارش‌های مشتری در دوره‌های برنامه‌ریزی بلندمدت (سربرنامه تولید)، تخصیص ماشین‌آلات در کوتاه‌مدت، زمان‌بندی انباشته‌های تولید با هدف بهینه‌سازی هم‌زمان زمان تحویل سفارش‌های مشتری و به‌کارگیری ظرفیت منابع تولید پیشنهاد شدند. عمر و تنو [۶] رویکردی سه‌مرحله‌ای برای برنامه‌ریزی و زمان‌بندی تولید در سیستم‌های تولید انباشته‌ای با چند ماشین موازی یکسان ارائه دادند: ۱. برنامه‌ریزی ادغامی ماهانه انباشته‌ها با توجه به زمان‌های راه‌اندازی، ۲. شکست برنامه ادغامی و تعیین توالی تولید هر محصول با برنامه‌ریزی آرمانی و ۳. زمان‌بندی تولید هر محصول روی هر ماشین با در نظر گرفتن هزینه‌های دیرکرد و زودکرد و محدودیت‌های زمان راه‌اندازی. مقایسه نتایج مدل‌ها و عملکرد واقعی یک شرکت نشان داد می‌توان هزینه‌ها را به مقدار زیادی کاهش داد.

عبادیان و همکاران [۷] یک ساختار سلسله‌مراتبی سه‌سطحی برای برنامه‌ریزی تولید در محیط‌های تولید سفارشی (MTO) شامل سه مرحله ارائه کردند: ۱. تعیین چارچوبی برای رد یا پذیرش سفارش‌ها به‌همراه تعیین زمان تحویل و قیمت سفارش‌های دریافتی، ۲. ارسال سفارش‌های دریافتی برای تولید، به‌نحوی که علاوه بر رعایت زمان تحویل، برنامه‌های هموار برای تولید ارائه دهد و ۳. تعیین توالی انجام‌دادن سفارش‌ها در ایستگاه‌های کاری، به‌نحوی که سفارش‌ها در موعد تحویل آماده شوند. بنگ و کیم [۸] یک مدل برنامه‌ریزی سلسله‌مراتبی در صنایع تولید بردهای نیمه‌هادی با تقاضا و ظرفیت قطعی ارائه کردند. در سطح اول، یک مدل خطی برنامه‌ریزی تولید ادغامی و در سطح دوم، یک مدل زمان‌بندی مبتنی بر قواعد اولویت معرفی شد. مدل با شبیه‌سازی ارزیابی شد و برای رسیدن به برنامه‌شدنی، یک رویکرد تکرارشونده به‌کار رفت.

محمدی و همکاران [۹] یک مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح آمیخته برای مسئله اندازه انباشته و زمان‌بندی چندمحصولی چندمرحله‌ای با راه‌اندازی‌های وابسته به توالی

مکمل بررسی می‌شوند. محصولات مکمل در یک بسته، شامل چند نوع محصول در اندازه، طرح و رنگ‌های مختلف با تعداد مشخص هستند؛ به طوری که اگر از یک نوع محصول به تعداد کافی وجود نداشته باشد، بسته کامل نمی‌شود و به دلیل فروخته‌نشدن آن، ظرفیت انبار از محصولات بسته‌های مختلف پر می‌شود. هر نوع محصول، زمان پردازش متفاوتی دارد و روی خطوط موازی مختلف تولید می‌شود. بعضی از خطوط موازی، برای تولید محصولات با ابعاد بزرگ و بعضی دیگر برای تولید محصولات کوچک‌تر هستند. تنوع محصولات و محدودیت تعداد خطوط، آماده‌کردن بسته محصولات را در کمترین زمان ممکن دشوارتر می‌کند. کمینه‌سازی هزینه‌ها و بیشینه‌سازی استفاده از ظرفیت نیز اهمیت دارد؛ بنابراین، به علت ماهیت متفاوت مسائل در سطوح میان‌مدت و کوتاه‌مدت و برای کاهش پیچیدگی محاسباتی، یک رویکرد سلسله‌مراتبی دوسطحی پیشنهاد می‌شود. در سطح اول، یک مدل برنامه‌ریزی خطی برای تعیین مقدار تولید، موجودی و کمبود بسته محصولات مکمل با اهداف کمینه‌سازی هزینه‌ها و بیشینه‌سازی کاربری خطوط تولید، و در سطح دوم، یک مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح خطی آمیخته برای تخصیص، توالی و زمان‌بندی هر محصول و هر بسته با هدف کمینه‌سازی زمان تولید بسته محصولات مکمل طراحی می‌شود. مطابق رویکرد سلسله‌مراتبی، خروجی‌های مدل سطح اول، به عنوان محدودیت به مدل سطح دوم تحمیل می‌شوند و با اجرای برنامه سطح دوم، ممکن است تغییراتی به صورت بازخورد، در برنامه سطح اول مورد نیاز باشد.

مدل مسئله سطح اول

مدل برنامه‌ریزی خطی، برای مسئله برنامه‌ریزی تولید بسته محصولات مکمل در افق میان‌مدت (شش ماه تا یک سال) و دوره‌های یک‌ماهه ارائه می‌شود. زمان پردازش هر بسته، تقریباً برابر مجموع زمان پردازش محصولات آن است. ظرفیت خطوط، برابر مجموع ظرفیت خطوط موازی است.

مجموعه‌ها

$$i = \{i_1, i_2, \dots, i_l\}; \text{ بسته محصولات مکمل};$$

بین مراحل مختلف تولید می‌شد. آن‌ها مدل‌های ریاضی مختلفی با هدف بهبود عملکرد محاسباتی پیشنهاد کردند و ساختارهایی ابتکاری برای حل مدل‌ها در سناریوهای مختلف ایجاد کردند. سرشتی و بیجاری [۱۴] مسئله اندازه انباشته، زمان‌بندی و تعیین میزان فروش برای بیشینه‌سازی کل سود (درآمد منهای هزینه) را به عنوان توسعه مسئله عمومی اندازه انباشته و زمان‌بندی^۳ بررسی کردند. بابایی و همکاران [۱۵] مدلی ریاضی برای مسئله اندازه انباشته و زمان‌بندی با ظرفیت محدود، راه‌اندازی وابسته به توالی، و امکان انتقال راه‌اندازی و کمبود ارائه دادند و برای یافتن جواب‌های بهینه یا نزدیک بهینه در زمان قابل قبول، یک الگوریتم ژنتیک و کران پایین معرفی کردند. گویمارس و همکاران [۱۶] دو رویکرد مدل‌سازی محصول‌گرا و توالی‌گرا را برای مسئله اندازه انباشته و زمان‌بندی با زمان‌های گسسته پیشنهاد کردند.

در مطالعات پیشین، مسئله اندازه انباشته و زمان‌بندی سیستم‌های تولیدی مختلف شامل یک یا چند محصول، یک یا چند ماشین (همگن و ناهمگن)، یک یا چند دوره و با توابع هدف استفاده بهینه از منابع و کمینه‌سازی هزینه‌ها بررسی و مدل‌سازی سلسله‌مراتبی یا یکپارچه ارائه شد. همچنین برای حل مسائل پیچیده، از الگوریتم‌های ابتکاری یا فراابتکاری استفاده شد و برای مسائل چندهدفه، روش‌های برنامه‌ریزی آرمانی طراحی شدند. در این مقاله، مسئله اندازه انباشته و زمان‌بندی تولید برای بسته‌های محصولات مکمل در یک سیستم تولید چندمحصولی چنددوره‌ای روی ماشین‌های موازی مختلف در یک محیط تولید برای انبارش^۴ مطالعه می‌شود و یک رویکرد برنامه‌ریزی سلسله‌مراتبی دوسطحی برای کاهش پیچیدگی حل مسئله، با در نظر گرفتن محدودیت‌های جدید و تابع هدف کمینه‌سازی زمان تولید بسته‌ها در مدل سطح دوم ارائه می‌شود. برای حل مدل سطح دوم، معرفی یک الگوریتم ابتکاری افق غلتان صورت می‌گیرد و برای بررسی عملکرد آن، یک کران پایین جدید که زمان حل را بسیار کاهش می‌دهد، پیشنهاد می‌شود.

تعریف مسئله و مدل‌سازی

در این مقاله، محصولات به صورت انواع بسته‌های محصولات

آنجا که زمان‌های پردازش بسته‌های مختلف روی خطوط با یکدیگر تفاوت دارند، از اختلاف ظرفیت تولید در رابطه ۸ استفاده می‌شود که با روابط ۱۰ و ۱۱ خطی می‌شود.

(۱۰)

$$\sum_i a_{im} \cdot X_{it} - \sum_i a_{im} \cdot X_{i,t-1} \leq u_{mt} \quad \forall m, t$$

(۱۱)

$$\sum_i a_{im} \cdot X_{it} - \sum_i a_{im} \cdot X_{i,t-1} \geq -u_{mt} \quad \forall m, t$$

مدل مسئله سطح دوم

یک مدل عدد صحیح خطی آمیخته برای مسئله اندازه انباشته و زمان‌بندی تولید بسته محصولات مکمل ارائه می‌شود. محصولات هر بسته، تعداد و زمان پردازش متفاوت دارند و روی خطوط مختلف با راه‌اندازی‌های وابسته به توالی تولید می‌شوند. هر محصول در هر دوره، تنها روی یک خط تولید می‌شود و هر خط در هر زمان یک محصول را تولید می‌کند. تولید محصولات به هم وابسته نیست. از آنجا که مشتریان به تحویل در کمترین زمان تمایل دارند، کمینه‌سازی زمان تولید بسته‌ها اهمیت می‌یابد. همچنین خروجی‌های مدل سطح اول (تولید، موجودی و کمبود) به‌عنوان محدودیت به این مدل تحمیل می‌شود.

مجموعه‌ها

$i, h = \{i_1, i_2, \dots, i_l\}$: بسته محصولات مکمل؛

$j, k = \{j_1, j_2, \dots, j_{jj}\}$: محصولات؛

$m = \{m_1, m_2, \dots, m_M\}$: خطوط تولید؛

$t = \{t_1, t_2, \dots, t_T\}$: هفته‌ها.

پارامترها

ca_{mt} : ظرفیت تولید خط m در هفته t (دقیقه)؛

APP_{ij} : برنامه تولید محصول j از بسته i (تعداد)؛

ST_{hki} : زمان تغییر خط از محصول k ام بسته h به

محصول i ام بسته i (دقیقه)؛

d_{ijt} : تقاضای محصول j از بسته i در هفته t (تعداد)؛

a_{ij} : زمان تولید واحد محصول j از بسته i (دقیقه)؛

α_i, β_j, μ_j : حدود انحراف از تصمیم‌های موجودی،

کمبود و تولید از سطح اول؛

L : عددی بسیار بزرگ؛

V : ظرفیت انبار (تعداد)؛

$m = \{m_1, m_2, \dots, m_M\}$: خطوط تولید؛

$t, \tau = \{t_1, t_2, \dots, t_T\}$: ماه‌های افق برنامه‌ریزی.

پارامترها

r_i : قیمت فروش واحد بسته محصول مکمل i (تومان)؛

cb_i و cl_i, cx_i : هزینه تولید، نگهداری و کمبود واحد

بسته محصول مکمل i (تومان)؛

cs_{mt} : ظرفیت تولید خط m در ماه t (دقیقه)؛

a_{im} : زمان تولید واحد بسته i روی خط m (دقیقه)؛

d_{it} : تقاضای بسته محصول مکمل i در ماه t (تعداد)؛

α_i : حد بالای موجودی بسته محصول مکمل i (تعداد)؛

β_{it} : حد بالای کمبود بسته i در ماه t (تعداد)؛

V : ظرفیت انبار (تعداد)؛

s_i : کمترین سطح خدمت مورد نیاز برای مشتریان بسته i ؛

u_{mt} : بیشترین اختلاف ظرفیت تولید بین دوره‌های

متوالی t و $t-1$ روی خط m (دقیقه).

متغیرهای تصمیم

I_{it} و B_{it} : برنامه تولید، پیش‌بینی موجودی و کمبود

بسته محصول مکمل i در دوره t (تعداد)

$$\text{Min } z = \sum_{it} (cx_i \cdot X_{it} + cl_i \cdot I_{it} + cb_i \cdot B_{it}) \quad (۱)$$

$$\text{Max } z = \sum_{imt} a_{im} \cdot X_{it} \quad (۲)$$

$$d_{it} = I_{i,t-1} - B_{i,t-1} + X_{it} - I_{it} + B_{it} \quad \forall i, t \quad (۳)$$

$$I_{it} \leq \alpha_i \cdot V \quad \forall i, t \quad (۴)$$

$$\frac{B_{it}}{\sum_{t=1}^t d_{it}} \leq 1 - s_i \quad \forall i, t \quad (۵)$$

$$B_{it} \leq \beta_{it} \quad \forall i, t \quad (۶)$$

$$\sum_i a_{im} \cdot X_{it} \leq cs_{mt} \quad \forall m, t \quad (۷)$$

$$|\sum_i a_{im} \cdot X_{it} - \sum_i a_{im} \cdot X_{i,t-1}| \leq u_{mt} \quad \forall m, t \quad (۸)$$

$$X_{it} \geq 0, B_{it} \geq 0, I_{it} \geq 0 \quad \forall i, t \quad (۹)$$

تابع هدف رابطه ۱، هزینه‌های تولید، کمبود و موجودی

بسته محصولات مکمل را کمینه و تابع هدف دوم در رابطه

۲، کاربری منابع را بیشینه می‌کند. رابطه ۳ تعادل

موجودی، کمبود، تقاضا و تولید، رابطه ۴ ظرفیت انبار، و

روابط ۵ و ۶ سطح خدمت به مشتری و تجاوز نکردن از حد

بالای کمبود مجاز را تضمین می‌کنند. رابطه ۷ ظرفیت هر

خط و رابطه ۸ تضمین یکنواختی تولید را نشان می‌دهد. از

$$Y_{ijmt} \leq X_{ijmt} \quad \forall i, j, m, t \quad (18)$$

$$\sum_m Y_{ijmt} \cdot ww_{ijm} \leq 1 \quad \forall i, j, t \quad (19)$$

$$\sum_m X_{ijmt} = XX_{ijt} \quad \forall i, j, t \quad (20)$$

$$\sum_{ij} a_{ij} \cdot X_{ijmt} + \sum_{hikj} Q_{hikjmt} \cdot ST_{hikj} \leq ca_{mt} \quad \forall m, t \quad (21)$$

$$WS_{ijmt} \leq Y_{ijmt} \quad \forall i, j, m, t \quad (22)$$

$$WE_{ijmt} \leq Y_{ijmt} \quad \forall i, j, m, t \quad (23)$$

$$\sum_{ij} WS_{ijmt} = 1 \quad \forall m, t \quad (24)$$

$$\sum_{ij} WE_{ijmt} = 1 \quad \forall m, t \quad (25)$$

$$\sum_{hk} Q_{hikjmt} \geq Y_{ijmt} - WE_{ijmt} \quad \forall i, j, m, t \quad (26)$$

$$\sum_{ij} Q_{hikjmt} \geq Y_{hkmt} - WS_{hkmt} \quad \forall h, k, m, t \quad (27)$$

$$Q_{hikjmt} \geq WS_{ijmt} + WE_{hkmt, t-1} - 1 \quad \forall i, j, h, k, m \quad (28)$$

$$\sum_{hkm} Q_{hikjmt} \cdot ww_{ijm} \cdot ww_{hkm} \leq 1 \quad \forall i, j, t \quad (29)$$

$$\sum_{i \neq h, j \neq k} ij m Q_{hikjmt} \cdot ww_{ijm} \cdot ww_{hkm} \leq 1 \quad \forall h, k, t \quad (30)$$

$$C_{hkmt} \geq E_{hkmt} + a_{hk} \cdot X_{hkmt} + ST_{hikj} - L \cdot (1 - Q_{ihjkmt}) \quad \forall i, j, h, k, m, t \quad (31)$$

$$E_{ijmt} \leq L \cdot (1 - WS_{ijmt}) \quad \forall i, j, m, t \quad (32)$$

$$E_{hkmt} \geq C_{ijmt} - L \cdot (1 - Q_{ihjkmt}) \quad \forall m, t, (k \neq j \text{ or } i \neq h) \quad (33)$$

$$CC_{hkmt} \geq E_{hkmt} + a_{hk} \cdot (X_{hkmt} - I_{hkt}) + ST_{hikj} - L \cdot (1 - Q_{ihjkmt}) \quad \forall i, j, h, k, m, t \quad (34)$$

$$OC_{it} \geq \frac{CC_{ijmt}}{1440} \quad \forall i, j, m, t \quad (35)$$

$$OE_{it} \leq \frac{E_{ijmt}}{1440} + L \cdot (1 - Y_{ijmt}) \quad \forall i, j, m, t \quad (36)$$

$$P_{ijt} \leq I_{ijt} \quad \forall i, j, t \quad (37)$$

$$I_{ijt} \leq L \cdot P_{ijt} \quad \forall i, j, t \quad (38)$$

$$B_{ijt} \leq L \cdot (1 - P_{ijt}) \quad \forall i, j, t \quad (39)$$

$$XX_{ijt} \geq 0, X_{ijmt} \geq 0, I_{ijt} \geq 0, B_{ijt} \geq 0, E_{ijmt} \geq 0, C_{ijmt} \geq 0 \quad \forall i, j, m, t \quad (40)$$

$$Y_{ijmt}, Q_{hikjmt} \in \{0,1\} \quad \forall h, k, i, j, m, t \quad (41)$$

$$OE_{it}, OC_{it} \text{ integer} \quad (42)$$

تابع هدف در رابطه ۱۲، زمان تولید بسته‌های محصولات مکمل را کمینه می‌کند. رابطه ۱۳ تعادل

ww_{ijm} : اگر محصول Z از بسته i روی خط m قابل تولید باشد ۱، وگرنه یک عدد بسیار بزرگ.

متغیرهای تصمیم

XX_{ijt} : برنامه تولید محصول Z بسته i در دوره t (تعداد)؛

X_{ijmt} : برنامه تولید محصول Z بسته i روی ماشین m در دوره t (تعداد)؛

I_{ijt} : پیش‌بینی موجودی محصول Z بسته i در دوره t (تعداد)؛

B_{ijt} : پیش‌بینی کمبود محصول Z بسته i در دوره t (تعداد)؛

Y_{ijmt} : اگر محصول Z بسته i در هفته t روی خط m باشد ۱، وگرنه صفر؛

Q_{hikjmt} : اگر در هفته t از محصول k بسته h به محصول Z بسته i روی خط m برویم ۱، وگرنه صفر؛

WS_{ijmt} : اگر محصول Z بسته i اولین محصولی باشد که در هفته t روی خط m تولید می‌شود ۱، وگرنه صفر؛

WE_{ijmt} : اگر محصول Z بسته i آخرین محصولی باشد که در هفته t روی خط m تولید می‌شود ۱، وگرنه صفر؛

P_{ijt} : اگر از محصول Z بسته i در دوره t موجودی داشته باشیم ۱، وگرنه صفر؛

C_{ijmt} : زمان اتمام تولید محصول Z بسته i روی خط m در هفته t (دقیقه)؛

CC_{ijmt} : زمان اتمام محصول Z بسته i روی خط m در هفته t منهای زمان تولید موجودی آن (دقیقه)؛

E_{ijmt} : زمان شروع تولید محصول Z از بسته i در هفته t روی خط m (دقیقه)؛

OC_{it} : روز اتمام تولید بسته i در هفته t ؛

OE_{it} : روز شروع تولید اولین محصول از بسته i که در دوره t روی خط قرار می‌گیرد.

$$\text{Min} \sum_{it} (OC_{it} - OE_{it}) \quad (12)$$

$$d_{ijt} = I_{ij,t-1} - B_{ij,t-1} + XX_{ijt} - I_{ijt} + B_{ijt} \quad \forall i, j, t \quad (13)$$

$$\sum_j I_{ijt} \leq \alpha_i \cdot V \quad \forall i, t \quad (14)$$

$$B_{ijt} \leq \beta_j \quad \forall i, j, t \quad (15)$$

$$APP_{ij} - \mu_j \leq \sum_t XX_{ijt} \leq APP_{ij} + \mu_j \quad \forall i, j \quad (16)$$

$$X_{ijmt} \leq L \cdot Y_{ijmt} \quad \forall i, j, m, t \quad (17)$$

توسعه روش حل مسئله

مدل سطح اول، یک برنامه‌ریزی خطی دوهدفه در ابعاد کوچک است که برای حل آن، ابتدا مجموعه جواب‌های بهینه پارتو^۵ تعیین می‌شود. مجموعه جواب‌های پارتو، مجموعه جواب‌هایی است که نتوان هیچ‌یک از اهداف کمترین هزینه و بیشترین استفاده از ظرفیت را بدون بدتر کردن هدف دیگر بهبود داد. سپس با در نظر گرفتن اهمیت توابع هدف، از روش وزنی متریک^۶ برای تعیین جواب بهینه استفاده می‌شود.

با توجه به پیچیدگی مدل سطح دوم، نرم‌افزارهای بهینه‌سازی موجود، قادر به حل آن در ابعاد متوسط و بزرگ در زمان منطقی نیستند؛ بنابراین، یک رویکرد ابتکاری افق غلتان پیشنهاد می‌شود که پیچیدگی محاسباتی آن، از طریق جایگزینی متغیرهای باینری با متغیرهای پیوسته در دوره‌های دورتر به میزان زیادی کاهش می‌یابد. از دیدگاه مرس و فونتان [۱۷]، در هر گام از رویه تکرارشونده، افق برنامه‌ریزی به سه بخش آغازین، مرکزی و پایانی تقسیم می‌شود و برای هر تکرار k داریم:

۱. بخش آغازین شامل $k-1$ دوره اول است که متغیرهای باینری با توجه به تکرارهای پیشین الگوریتم مقدار می‌گیرند؛

۲. در بخش مرکزی (دوره برنامه‌ریزی k)، مسئله کامل با همه متغیرهای باینری این دوره لحاظ می‌شود؛

۳. بخش پایانی از $k+1$ تا T است که مطابق با سیاست ساده‌سازی^۷ انتخابی در نظر گرفته می‌شوند.

در پایان هر تکرار k ، هر سه بخش الگوریتم، یک دوره به جلو حرکت داده می‌شود تا به تکرار T برسیم. در ادامه، شبه‌کد الگوریتم ابتکاری افق غلتان تصویر می‌شود.

برای بررسی کیفیت جواب‌های الگوریتم ابتکاری افق غلتان در مسائل متوسط و بزرگ، یک کران پایین پیشنهاد می‌شود. در هر بسته، محصولی با بیشترین زمان تولید بدون توجه به زمان تولید موجودی، محصول دارای بیشینه زمان بسته و زمان مربوط، بیشینه زمان بسته نامیده می‌شود.

موجودی، کمبود، تقاضا و تولید بین هفته‌ها، رابطه ۱۴ ظرفیت انبار و رابطه ۱۵ حداکثر مقدار کمبود هر محصول را تعیین می‌کند. رابطه ۱۶ تضمین می‌کند تولید هر محصول، در محدوده معین اطراف برنامه تولید سطح اول باشد. برنامه تولید سطح اول برای هر محصول برابر است با ضریب مصرف محصول در بسته، ضربدر برنامه تولید بسته. روابط ۱۷ و ۱۸ بیان می‌کنند محصول روی ماشین تولید می‌شود اگر و فقط اگر محصول به آن ماشین تخصیص یابد. محدودیت ۱۹ تضمین می‌کند هر محصول فقط روی یک خط تولید شود. در رابطه ۲۰ کل تولید محصول در هفته، برابر مجموع تولید آن روی خطوط مختلف است. رابطه ۲۱ تضمین می‌کند ظرفیت هر خط از زمان تولید و تغییر راه‌اندازی‌ها روی آن خط بیشتر باشد. محدودیت‌های ۲۲ تا ۲۵ تضمین می‌کنند که روی هر خط در هفته، تنها یک محصول به‌عنوان محصول اول و یک محصول به‌عنوان محصول آخر زمان‌بندی شود. رابطه‌های ۲۶ و ۲۷ تضمین می‌کنند در هر هفته، تغییر راه‌اندازی به محصولی که روی ماشین تخصیص یافته و محصول اول نباشد و نیز تغییر راه‌اندازی از آن محصول به محصول دیگر، در صورتی که محصول آخر نباشد، انجام می‌شود. رابطه ۲۸ تغییر راه‌اندازی از محصول آخر هفته فعلی به محصول اول هفته بعد است. در محدودیت‌های ۲۹ و ۳۰، قبل و بعد از هر محصول، حداکثر یک محصول قرار می‌گیرد. رابطه ۳۱ زمان تکمیل محصول را بزرگ‌تر از زمان شروع تولید محصول به‌علاوه زمان تغییر راه‌اندازی به آن و زمان پردازش محاسبه می‌کند. رابطه ۳۲ زمان شروع تولید اولین محصول خط را صفر و محدودیت ۳۳ زمان شروع تولید هر محصول را بزرگ‌تر از زمان اتمام محصول قبلی قرار می‌دهد. رابطه ۳۴ زمان اتمام محصول منهای زمان تولید موجودی آن را در نشان می‌دهد. رابطه ۳۵ روز اتمام تولید هر بسته را نشان می‌دهد که بزرگ‌تر از زمان تولید همه محصولات بسته است. محدودیت ۳۶ زمان شروع تولید هر بسته را براساس زمان شروع تولید اولین محصول آن محاسبه می‌کند؛ ممکن است محصولاتی از یک بسته، به‌دلیل موجودی کافی تولید نشوند. روابط ۳۷ تا ۳۹ تضمین می‌کنند در هفته از یک محصول هم موجودی و هم کمبود نداشته باشیم.

محصول دارای بیشینه زمان بسته است که زمان شروع آن با $E_{hk'm't}$ نشان داده می‌شود.

$$OC_{ht} \geq \frac{\text{Max}_{km}[a_{hk}(x_{hkmt}-I_{hkt})]+E_{hk'm't}}{1440} \quad \forall h, t \quad (44)$$

با کم کردن زمان شروع تولید بسته از دو طرف رابطه ۴۴، رابطه ۴۵ به دست می‌آید که سمت راست آن، زمان تولید هر بسته است. برای محصولات تولیدشده هر بسته در هفته، زمان شروع تولید بسته، کمتر یا مساوی زمان شروع تولید محصولاتی از بسته است که تولید می‌شوند؛ بنابراین، جمله دوم سمت راست رابطه ۴۵ مثبت است که در رابطه ۴۶ از آن صرف نظر می‌شود:

$$OC_{ht} - OE_{ht} \geq \frac{\text{Max}_{km}[a_{hk}(x_{hkmt}-I_{hkt})]}{1440} - (OE_{ht} - \frac{E_{hk'm't}}{1440}) \quad \forall h, t \quad (45)$$

$$OC_{ht} - OE_{ht} \geq \frac{\text{Max}_{km}[a_{hk}(x_{hkmt}-I_{hkt})]}{1440} \quad \forall h, t \quad (46)$$

$$\sum_{ht}(OC_{ht} - OE_{ht}) \geq \sum_{ht} \text{Max}_{km} \left[\frac{a_{hk}(x_{hkmt}-I_{hkt})}{1440} \right] \quad (47)$$

سمت راست رابطه ۴۷، کران پایین تابع هدف مدل سطح دوم است؛ بنابراین، تابع هدف کران پایین مدل سطح دوم برابر سمت راست رابطه ۴۷ است، زیرا محدودیت‌های ۲۳ تا ۳۶ در کران پایین نقشی ندارند و فقط محدودیت‌های ۱۳ تا ۲۲ و ۳۷ تا ۴۲ در نظر گرفته می‌شوند. مسئله زمان‌بندی، متعلق به سطح تصمیم‌گیری کوتاه‌مدت است و در نظر گرفتن آن در سطح میان‌مدت، بر پیچیدگی مسئله می‌افزاید؛ بنابراین، در سطح میان‌مدت، تنها برای مسئله تعیین اندازه انباشته تصمیم‌گیری می‌شود، اما در سطح کوتاه‌مدت، تصمیم‌های زمان‌بندی، به میزان تولید نیز وابستگی زیادی دارد که بی‌توجهی به آن‌ها از بهیچگی جواب می‌کاهد. به همین دلیل، از رویکرد سلسله‌مراتبی برای حل این مسئله استفاده می‌شود.

شروع؛ $k = 1$ (k شمارنده تکرار است)

تا زمانی که $k \leq T$ ، مدل سطح دوم شامل روابط ۱۲ تا ۴۲ و مفروضات بخش آغازین و پایانی زیر حل می‌شود.

بخش آغازین: متغیرهای باینری، ثابت و برابر مقادیر تکرارهای قبلی قرار داده می‌شوند.

$$WS_{ijmt} = ws^*_{ijmt} \quad \forall i, j, m, t = 1, \dots, k-1$$

$$WE_{ijmt} = we^*_{ijmt} \quad \forall i, j, m, t = 1, \dots, k-1$$

$$Y_{ijmt} = y^*_{ijmt} \quad \forall i, j, m, t = 1, \dots, k-1$$

$$Q_{hkijmt} = Q^*_{hkijmt} \quad \forall h, k, i, j, m, t = 1, \dots, k-1$$

بخش پایانی: همه متغیرهای باینری غیر از متغیر Y_{ijmt} آزاد می‌شوند (روش ساده‌سازی).

$$0 \leq WS_{ijmt} \leq 1 \quad \forall i, j, m, t = k+1, \dots, T$$

$$0 \leq WE_{ijmt} \leq 1 \quad \forall i, j, m, t = k+1, \dots, T$$

$$0 \leq Q_{hkijmt} \leq 1 \quad \forall h, k, i, j, m, t = k+1, \dots, T$$

به شمارنده تکرار، یک واحد اضافه می‌شود:

$$k=k+1$$

پایان: نتایج الگوریتم نشان داده می‌شوند.

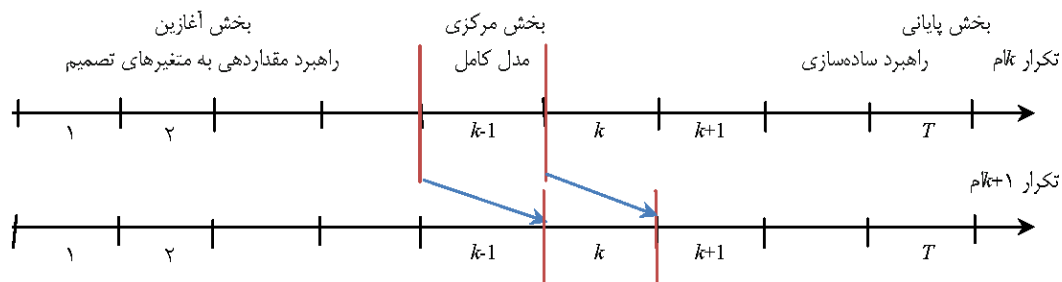
لم: تابع هدف، «مجموع بیشینه زمان بسته‌های محصولات مکمل» همواره کوچک‌تر یا مساوی تابع هدف مدل سطح دوم، یعنی «کل زمان تکمیل بسته‌های محصولات مکمل» است.

در رابطه ۴۳، روز اتمام تولید هر بسته در هر هفته، بزرگ‌تر یا مساوی با زمان اتمام تولید هر محصول آن بسته، بدون در نظر گرفتن زمان تولید موجودی از آن محصول است. این زمان برای هر محصول، بزرگ‌تر یا مساوی است با زمان شروع تولید به علاوه زمان پردازش آن محصول منهای زمانی که برای تولید موجودی آن لازم است.

$$OC_{ht} \geq \frac{CC_{hkmt}}{1440} \geq \frac{E_{hkmt} + a_{hk}(x_{hkmt} - I_{hkt})}{1440} \quad (43)$$

$$\forall h, k, m, t$$

در رابطه ۴۴، زمان اتمام تولید هر بسته، بزرگ‌تر یا مساوی با بیشینه زمان بسته، به علاوه زمان شروع تولید



شکل ۲. رویه تکرارشونده برای حل مسئله با رویکرد افقی غلتان

و بین صفر و یک در نظر گرفته می‌شود. الگوریتم در تکرار اول اجرا می‌شود و تمامی متغیرهای باینری در دوره اول، به عنوان بخش آغازین تکرارهای بعدی مقداردهی می‌شوند. این روند، برای همه تکرارها انجام می‌گیرد که در هر تکرار، متغیرهای باینری دوره‌ای که با شمارنده تکرار برابرند، به دست می‌آیند. متغیرهای باینری دوره‌های قبل از آن، معادل مقدار تکرارهای قبل مقداردهی می‌شوند و برای دوره‌های بعد از آن، پیوسته و بین صفر و یک در نظر گرفته می‌شوند. در نهایت، جواب تکرار آخر الگوریتم، جواب بهینه مدل است. به منظور بررسی عملکرد الگوریتم ابتکاری و کران پایین، ۱۷ مثال عددی در ابعاد کوچک، متوسط و بزرگ به طور تصادفی (توزیع یکنواخت) طراحی و حل می‌شوند. جدول ۱ توزیع تصادفی پارامترهای تقاضا و زمان‌های تغییر راه‌اندازی را نشان می‌دهد. تقاضای بسته‌های محصولات مکمل و زمان‌های تغییر راه‌اندازی ممکن است در بازه‌های مختلف باشند. در تمامی مثال‌ها، برنامه تولید بهینه سطح اول هر محصول، برابر مجموع تقاضای هفتگی، ظرفیت خطوط تولید ثابت و تمام وقت تعیین می‌شوند. همچنین پارامترهای زمان پردازش و ضریب مصرف محصولات هر بسته، براساس داده‌های جدول ۲ در نظر گرفته می‌شوند.

جدول ۱. توزیع تصادفی تقاضا و زمان تغییر راه‌اندازی

تقاضا (تعداد)	زمان تغییر راه‌اندازی (ساعت)
۲۸۰۰، ۶۰۰۰؛ ۱۴۰۰، ۴۵۰۰؛ ۱۴۰۰، ۳۰۰۰؛ ۰، ۸؛ ۳، ۰	

جدول ۲. زمان پردازش و ضریب مصرف در مثال‌های عددی

زمان پردازش (دقیقه)	ضریب مصرف محصولات
۰/۲۷، ۰/۲۳، ۰/۲۷	۰/۲۶، ۰/۳۷، ۱، ۳

t تعداد دوره‌ها و m تعداد خطوط تولید است. شکاف بهینگی روش ابتکاری برای مسائل کوچک، کمتر از ۴ درصد و قابل قبول است. زمان حل مسئله نیز به تدریج و با افزایش بعد مسئله، از روش حل دقیق کمتر می‌شود. همچنین با افزایش بعد مسئله، زمان حل روش ابتکاری به صورت خطی افزایش می‌یابد، اما برای روش دقیق، به صورت نمایی است؛ به طوری که با افزایش اندکی در بعد مسئله، تفاوت زمان حل، زیاد است.

تحلیل نتایج عددی

برای ارزیابی عملکرد رویکرد پیشنهادی، این رویکرد در یک کارخانه کاشی به کار گرفته شد. برای کدنویسی و حل دقیق مدل‌ها، از حل‌کننده‌های CPLEX و SNOPT و برای کدنویسی الگوریتم ابتکاری افق غلتان و کران پایین، از حل‌کننده CPLEX در نرم‌افزار GAMS 21.1.2 استفاده شد و محاسبات با کامپیوتر شخصی: 4GB RAM, CPU: 2.3 GHZ انجام گرفت. از آنجاکه مدل پیشنهادی سطح دوم در ابعاد مطالعه موردی، با روش دقیق در نرم‌افزار گمز قابل حل نیست و باید از الگوریتم ابتکاری و کران پایین استفاده شود، ابتدا بررسی عملکرد الگوریتم ابتکاری افق غلتان و کران پایین و سپس مطالعه موردی ارائه می‌شود.

بررسی عملکرد الگوریتم ابتکاری افق غلتان و

کران پایین

الگوریتم ابتکاری، یک رویه تکرارشونده است. در اولین تکرار الگوریتم، بخش آغازین وجود ندارد، بخش مرکزی شامل اولین دوره است که متغیرهای باینری در نظر گرفته می‌شود و بخش پایانی شامل دوره دوم تا آخر است که تمامی متغیرهای باینری به غیر از متغیر تخصیص، پیوسته

ابتدا پنج مثال عددی کوچک با دو روش دقیق و ابتکاری حل و کیفیت جواب‌ها در جدول ۳ مقایسه می‌شود. سپس مسائل کوچک به همراه دوازده مسئله متوسط و بزرگ، به روش ابتکاری حل و نتایج با کران پایین پیشنهادی در جدول ۴ و شکل ۳ مقایسه می‌شوند که برای این دوازده مسئله، زمان حل روش دقیق، بیش از ۱۰۰۰ ثانیه است یا روش دقیق توانایی حل را ندارد. n مجموع تعداد محصولات در همه بسته‌هاست که با افزایش آن، انواع بسته‌ها یا تنوع محصولات بسته‌ها افزوده می‌شود.

جدول ۳. مقایسه حل مسائل کوچک به روش دقیق و ابتکاری

زمان حل (ثانیه)			تابع هدف (روز)		
حل دقیق	روش ابتکاری	Gap* (درصد)	حل دقیق	روش ابتکاری	بعد مسئله n-m-t
۰/۰۸	۰/۳۳	۰	۲۵	۲۵	۴-۲-۴
۰/۲۵	۰/۳۶	۴/۰	۲۵	۲۶	۵-۲-۴
۰/۳	۰/۳۹	۲/۹	۳۴	۳۵	۵-۲-۴
۰/۹۲	۰/۵۰	۰	۳۴	۳۴	۶-۲-۴
۱۱۴/۸	۰/۶۱	۰	۴۹	۴۹	۶-۳-۴

$$\text{Gap} \% = \frac{\text{تابع هدف روش دقیق} - \text{تابع هدف روش ابتکاری}}{\text{تابع هدف روش دقیق}} \times 100$$

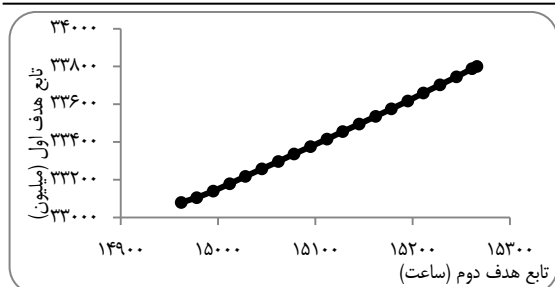
مطالعه موردی

کارخانه کاشی، شانزده نوع محصول در پنج بسته محصول مکمل روی چهار خط تولید موازی دارد. برای سطح اول از روش پارتو و برای سطح دوم، از الگوریتم ابتکاری همراه با کران پایین استفاده می‌شود. در سطح اول، بسته محصولات مکمل در افق شش ماهه برنامه‌ریزی می‌شود که در آن، محصولات، ظرفیت خطوط و زمان به صورت ادغامی هستند. همچنین ظرفیت خطوط تمام وقت است. زمان‌های پردازش و تقاضای ماهانه بسته‌ها در جدول‌های ۵ و ۶ ارائه می‌شود.

بیشترین شکاف بین الگوریتم ابتکاری و کران پایین، ۷/۷ درصد گزارش شده که با توجه به جدول ۳، کیفیت حل مطلوب الگوریتم ابتکاری برای مسائل را در ابعاد بزرگ نشان می‌دهد. در ضمن، کران پایین پیشنهادی به‌عنوان یک ابزار مؤثر ارزیابی نتایج الگوریتم، در زمان کوتاهی به دست می‌آید. شایان توجه اینکه وقتی تعداد خطوط موازی، بیشتر یا مساوی تعداد محصولات هر بسته باشد، یا زمان تولید محصولی نسبت به سایر محصولات هر بسته زیاد باشد، کران پیشنهادی کیفیت خوبی هم دارد.

جدول ۴. مقایسه حل مسائل به روش ابتکاری و کران پایین

زمان حل (ثانیه)			تابع هدف (روز)		
کران پایین	روش ابتکاری	Gap (درصد)	کران پایین	روش ابتکاری	بعد مسئله n-m-t
۰/۰۸	۰/۳۳۰	۴/۱	۲۴	۲۵	۴-۲-۴
۰/۰۵	۰/۳۶۰	۴/۰	۲۵	۲۶	۵-۲-۴
۰/۰۶	۰/۳۹۰	۶/۰	۳۳	۳۵	۵-۲-۴
۰/۰۶	۰/۵۰۰	۰	۳۴	۳۴	۶-۲-۴
۰/۰۸	۰/۶۱۰	۲/۱	۴۸	۴۹	۶-۳-۴
۰/۰۸	۱/۹۳۰	۰	۴۱	۴۱	۸-۴-۴
۰/۱۴	۲/۱۰۰	۵/۲	۵۸	۶۱	۸-۴-۴
۰/۱۳	۱/۷۰۰	۲/۰	۵۱	۵۲	۹-۴-۴
۰/۲۰	۲/۷۹۰	۰	۶۵	۶۵	۸-۴-۴
۰/۳۰	۴/۲۰۰	۰	۵۹	۵۹	۱۰-۴-۴
۰/۳۱	۷۷/۵۰	۱/۴	۷۲	۷۳	۱۰-۵-۴
۰/۴۲	۸۱/۳۰	۰	۷۴	۷۴	۱۲-۶-۴
۰/۳۴	۷۶/۱۰	۰	۷۴	۷۴	۱۲-۶-۴
۱/۲۰	۱۴۹/۱	۰	۵۲	۵۲	۱۲-۶-۴
۰/۹۸	۱۴۳/۰	۴/۱	۷۴	۷۷	۱۳-۶-۴
۲۷/۵۱	۲۱۱۳	۶/۵	۶۲	۶۶	۱۴-۷-۴
۹۱/۵۴	۳۱۲۲	۷/۷	۵۲	۵۶	۱۶-۶-۴

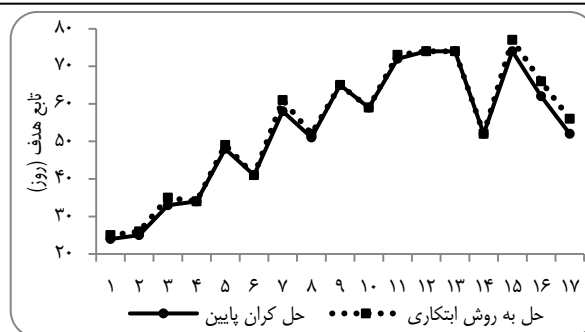


شکل ۴. جبهه پارتو برای مدل سطح اول

از آنجاکه در مدل سطح اول، هزینه‌های کمبود، همان هزینه‌های ناراضی مشتری است و این هزینه‌ها در مطالعه موردی صفر لحاظ شدند، در تابع هدف اول، فقط هزینه‌های تولید و نگهداری قرار داده می‌شود. با افزایش تابع هدف دوم (استفاده از ظرفیت)، هزینه‌ها نیز تقریباً به صورت یکنواخت افزایش می‌یابد و رویه پارتو خطی است. برنامه تولید بهینه بسته محصولات مکمل در هر ماه در جدول ۷ ارائه شده است. مقایسه برنامه تولید بهینه پیشنهادی با برنامه تولید فعلی کارخانه، نشانگر بهبود ۴/۴ درصد در تقاضای برآورده شده بسته‌های محصولات و هم‌زمان کاهش ۱/۶ درصد هزینه‌هاست.

برای بررسی اثر تابع هدف دوم (بیشینه‌سازی کاربری خطوط تولید)، مدل سطح اول بدون این تابع هدف حل می‌شود که برنامه تولید حاصل در جدول ۸ می‌آید. مقایسه نشان می‌دهد مقدار کل برنامه تولید مدل دوهدفه، نسبت به مدل یک‌هدفه (تنها هزینه) ۱/۴ درصد افزایش دارد (اگرچه به دلیل محدودیت نداشتن کمبود در ماه آخر، این تفاوت چندان چشمگیر نیست). داده‌های مورد نیاز برای اجرای مدل سطح دوم در جدول ۹ ارائه شده و ظرفیت خطوط به صورت کامل در نظر گرفته شده است.

سپس مدل سطح دوم برای مطالعه موردی، به روش ابتکاری افق غلتان حل و با کران پایین مقایسه می‌شود که نتایج آن در جدول ۱۰ آمده است. الگوریتم ابتکاری، پس از گذشت ۴۰۰۰ ثانیه به جواب نزدیک بهینه ۶۱ روز می‌رسد که ۸/۹ درصد با کران پایین فاصله دارد. زمان تولید بهینه و فعلی بسته‌های محصولات مکمل در جدول ۱۱ مقایسه می‌شود که بیانگر بهبود ۱۷ درصد است. شکل‌های ۵ تا ۸ زمان تولید بهینه بسته‌های محصولات مکمل را با وضعیت فعلی کارخانه در چهار هفته ماه اول مقایسه می‌کند که



شکل ۳. مقایسه کیفیت حل روش‌های ابتکاری و کران پایین

برای حل مدل سطح اول، رویه پارتو مطابق شکل ۴ تعیین می‌شود. برای تعیین مجموعه جواب‌های بهینه پارتو، ابتدا مدل دوهدفه سطح اول با یک تابع هدف حل می‌شود و سپس حل آن، با تابع هدف دیگر انجام می‌گیرد؛ درحالی‌که جواب بهینه تابع هدف قبلی، به عنوان محدودیت اضافه شده است. جواب بهینه حاصل، نقطه ابتدایی جبهه پارتو است. نقطه انتهایی با جابه‌جایی ترتیب حل توابع هدف تعیین می‌شود. بقیه نقاط هم با فاصله‌های یکسان بین این دو نقطه به دست می‌آیند و جوابی با کمترین فاصله از نقطه ایده‌آل، به عنوان جواب بهینه انتخاب می‌شود. دو تابع هدف، از نظر مدیریت اهمیت یکسان دارند؛ بنابراین، فاصله مقادیر بهینه توابع هدف از جواب ایده‌آل یکسان است.

جدول ۵. زمان پردازش بسته‌های محصولات (دقیقه)

شماره بسته	۱	۲	۳	۴	۵
زمان پردازش	۱/۳	۱/۳۸	۱/۳۴	۱/۳	۰/۶

جدول ۶. تقاضای بسته محصولات در هر ماه (هزار عدد)

بسته محصول	۱	۲	۳	۴	۵	۶
۱	۳۰	۲۵	۲۰	۲۰	۲۵	۳۰
۲	۳۰	۲۵	۳۰	۲۰	۲۵	۳۰
۳	۳۰	۳۰	۲۵	۱۵	۳۰	۳۰
۴	۳۰	۳۰	۲۵	۲۰	۲۵	۲۵
۵	۲۰	۱۵	۲۵	۲۰	۱۵	۱۵

و دوم، مقایسه برنامه تولید بسته‌ها در دو سطح در جدول ۱۲ صورت می‌گیرد. مجموع برنامه‌های تولید بسته‌ها در ۴ هفته، تنها ۶۵۰ عدد (۰/۵ درصد) کمتر از برنامه تولید سطح اول است که نشان می‌دهد در این زمان بندی تولید، زمان‌های تغییر راه‌اندازی مورد نیاز کم است و از بیشترین ظرفیت خطوط تولید استفاده می‌شود.

به ترتیب ۱۵/۷ درصد، ۲۱ درصد، ۱۶/۷ درصد و ۱۶/۷ درصد بهبود می‌یابند. البته زمان تولید بسته چهارم در هفته سوم افزایش می‌یابد، اما موجب بهبود زمان تولید بسته‌های دیگر می‌شود.

برنامه تولید سطح اول، به صورت ماهانه به سطح دوم تحمیل می‌شود تا برنامه تولید هر بسته و محصول در هفته‌ها تعیین شود. برای بررسی ارتباط مدل‌های سطح اول

جدول ۷. برنامه تولید بهینه براساس مدل دوهفته سطح اول در مقایسه با برنامه تولید فعلی کارخانه (عدد)

ماه بسته محصول	برنامه تولید پیشنهادی					برنامه تولید فعلی کارخانه						
	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۱	۲	۳	۴	۵	۶
۱	۲۹،۳۲۰	۲۱،۹۳۰	۲۰،۷۵۰	۲۷،۴۰۰	۲۵،۰۰۰	۲۵،۶۰۰	۲۷،۰۰۰	۲۳،۵۰۰	۲۰،۰۰۰	۲۳،۸۰۰	۲۳،۲۲۰	۲۷،۵۰۰
۲	۲۵،۵۰۰	۲۵،۷۵۰	۲۹،۲۵۰	۲۶،۶۵۰	۲۷،۰۰۰	۲۷،۷۵۰	۲۴،۷۰۰	۲۴،۵۰۰	۲۷،۰۰۰	۲۲،۵۰۰	۲۲،۵۰۰	۲۶،۵۴۰
۳	۲۵،۵۰۰	۳۰،۰۰۰	۲۵،۷۵۰	۲۳،۱۵۰	۳۰،۰۰۰	۳۰،۰۰۰	۲۵،۰۰۰	۲۸،۰۰۰	۲۴،۵۰۰	۲۱،۴۰۰	۲۵،۰۰۰	۲۷،۰۰۰
۴	۲۵،۵۰۰	۳۰،۰۰۰	۲۵،۷۵۰	۲۳،۷۵۰	۲۵،۰۰۰	۲۵،۰۰۰	۲۲،۵۰۰	۲۵،۰۰۰	۲۵،۰۰۰	۲۴،۵۰۰	۲۶،۰۰۰	۲۷،۰۰۰
۵	۲۰،۰۰۰	۱۲،۷۵۰	۲۳،۵۰۰	۲۵،۹۵۰	۱۵،۰۰۰	۱۵،۰۰۰	۱۸،۰۰۰	۱۸،۵۰۰	۲۳،۰۰۰	۱۸،۰۰۰	۱۳،۵۰۰	۱۶،۰۰۰

جدول ۸. برنامه تولید بسته محصولات کارخانه بدون تابع هدف دوم (عدد)

ماه بسته	۱	۲	۳	۴	۵	۶
۱	۲۹،۳۸۵	۲۱،۸۶۰	۲۰،۷۵۰	۲۷،۴۰۰	۲۴،۷۵۰	۲۵،۸۰۰
۲	۲۵،۵۰۰	۲۵،۷۵۰	۲۹،۲۵۰	۲۴،۹۵۰	۲۴،۵۰۰	۳۰،۰۰۰
۳	۲۵،۵۰۰	۳۰،۰۰۰	۲۵،۷۵۰	۲۳،۱۵۰	۳۰،۰۰۰	۲۵،۶۰۰
۴	۲۵،۵۰۰	۳۰،۰۰۰	۲۵،۷۵۰	۲۳،۷۵۰	۲۵،۰۰۰	۲۵،۰۰۰
۵	۲۰،۰۰۰	۱۳،۰۳۰	۲۳،۲۲۰	۲۵،۹۵۰	۱۵،۰۰۰	۱۲،۸۰۰

جدول ۹. داده‌های کارخانه برای مدل سطح دوم

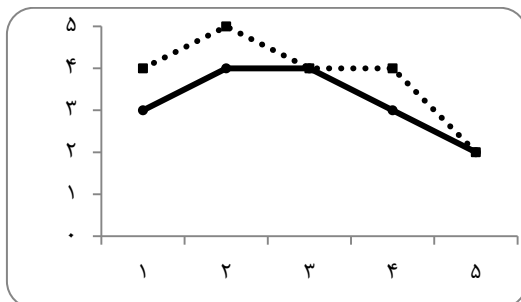
بسته	ضریب مصرف محصول				زمان تولید واحد (دقیقه)				تفاضل در هفته ماه اول (عدد)			
	۱	۲	۳	۴	۱	۲	۳	۴	۱	۲	۳	۴
۱	۰/۳۷	۰/۳۷	۰/۳۷	۰/۳۷	۰/۲۷	۰/۲۷	۰/۲۳	۰/۲۳	۵۰۰۰	۵۰۰۰	۵۰۰۰	۵۰۰۰
۲	۰/۱۴	۰/۳۷	۰/۳۷	۰/۳۷	۰/۲۷	۰/۲۳	۰/۲۷	۰/۷۷	۷۵۰۰	۷۵۰۰	۷۵۰۰	۷۵۰۰
۳	۰/۳۷	۰/۳۷	۰/۳۷	۰/۳۷	۰/۲۳	۰/۲۳	۰/۲۷	۰/۲۷	۷۵۰۰	۷۵۰۰	۷۵۰۰	۷۵۰۰
۴	۰/۲۶	۰/۳۷	۰/۳۷	۰/۳۷	۰/۲۳	۰/۲۳	۰/۲۷	۰/۲۷	۷۵۰۰	۷۵۰۰	۷۵۰۰	۷۵۰۰
۵	۰/۳۷	۰/۳۷	۰/۳۷	۰/۳۷	۰/۲۷	۰/۲۷	۰/۲۷	۰/۷۷	۷۵۰۰	۷۵۰۰	۷۵۰۰	۷۵۰۰

جدول ۱۰. مقایسه نتایج مدل سطح دوم در مسئله کارخانه کاشی به روش ابتکاری و کران پایین

زمان (ثانیه)	کران پایین	تابع هدف (روز)	کران پایین	Gap (درصد)
۴۰۰۰	۳/۴	۶۱	۵۶	۸/۹

جدول ۱۱. زمان تولید بسته‌ها در وضعیت فعلی و بهینه (روز)

بسته	هفته ۱		۲		۳		۴	
	فعلی	بهینه	فعلی	بهینه	فعلی	بهینه	فعلی	بهینه
۱	۴	۳	۵	۳	۳	۲	۴	۳
۲	۵	۴	۴	۳	۴	۴	۴	۴
۳	۴	۴	۴	۴	۵	۳	۳	۳
۴	۴	۳	۴	۴	۳	۴	۵	۳
۵	۲	۲	۲	۱	۳	۲	۲	۲

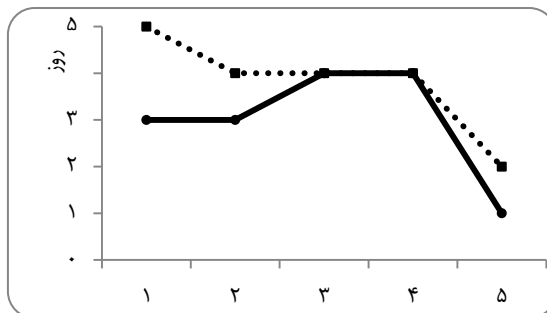


شکل ۵. مقایسه زمان تولید بسته محصولات در هفته اول

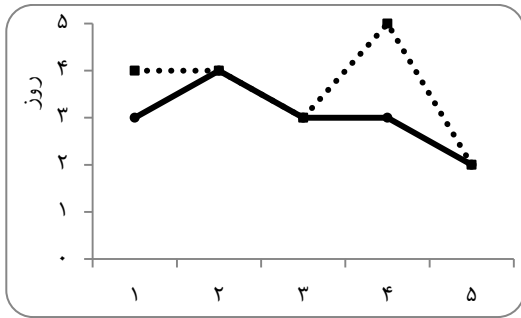
کارخانه مقایسه می‌شود. دو بسته از محصولات مکمل (بسته‌های ۲ و ۴) هریک شامل چهار محصول، روی دو خط موازی برای چهار هفته ماه سوم تولید می‌شوند. زمان تولید بهینه و فعلی بسته‌های محصولات مکمل، در جدول ۱۳ مقایسه می‌شود که ۱۵ درصد بهبود داشته است.

اعتبارسنجی مدل پیشنهادی

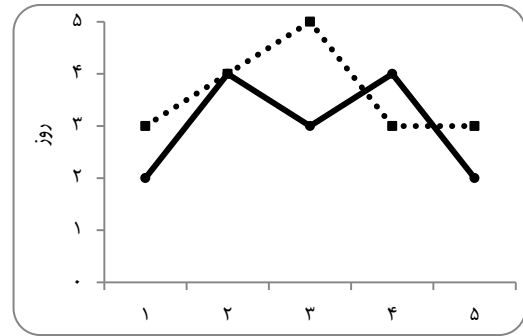
مدل سطح دوم، برای مطالعه موردی، قابل حل دقیق با گمز نیست. به منظور اعتبارسنجی مدل این سطح، بخشی کوچک از مسئله کارخانه با داده‌های واقعی و روش دقیق، در مدت ۱۰،۰۰۰ ثانیه حل و نتایج با عملکرد فعلی



شکل ۶. مقایسه زمان تولید بسته محصولات در هفته دوم



شکل ۸. مقایسه زمان تولید بسته محصولات در هفته چهارم



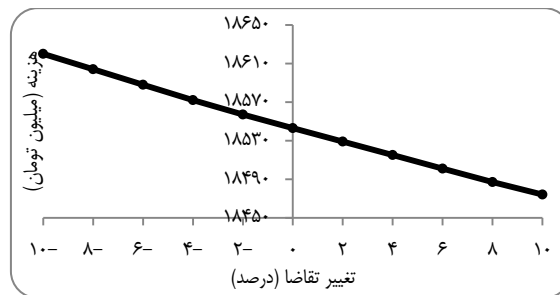
شکل ۷. مقایسه زمان تولید بسته محصولات در هفته سوم

جدول ۱۲. ارتباط برنامه تولید سطوح اول و دوم رویکرد سلسله‌مراتبی

مجموع برنامه تولید هفته‌های ماه (سطح دوم)	برنامه تولید ماه (سطح اول)	بسته محصول
۲۰،۲۵۰	۲۰،۷۵۰	۱
۲۹،۵۰۰	۲۹،۲۵۰	۲
۲۵،۰۰۰	۲۵،۷۵۰	۳
۲۵،۲۲۵	۲۵،۷۵۰	۴
۲۴،۳۷۵	۲۳،۵۰۰	۵

جدول ۱۳. زمان تولید بسته‌ها در وضعیت فعلی و بهینه (روز)

بسته	هفته ۱		۲		۳		۴	
	بهینه	فعلی	بهینه	فعلی	بهینه	فعلی	بهینه	فعلی
۲	۴	۵	۴	۴	۴	۴	۳	۴
۴	۳	۴	۳	۴	۴	۳	۳	۵

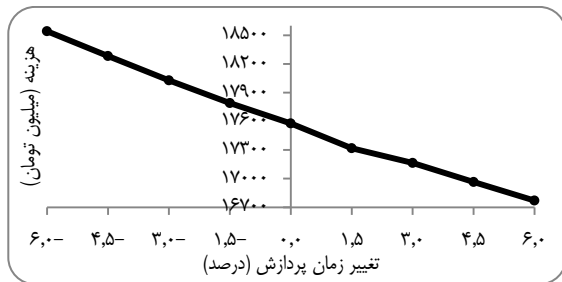


شکل ۹. اثر تغییر تقاضا روی تابع هدف سطح اول

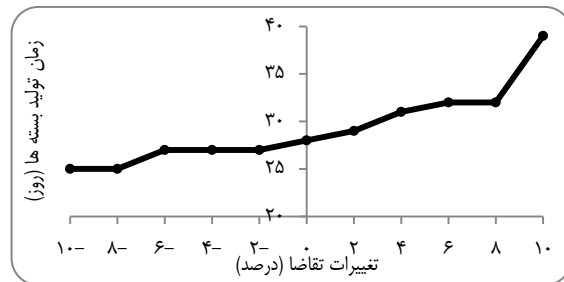
می‌شود. اثر تغییرات تقاضای بسته‌ها در ماه اول بر تابع هدف هزینه‌ها در سطح اول (با فرض مقدار ۰/۹۵ برای تابع هدف دوم) و تابع هدف زمان در سطح دوم، در شکل‌های ۹ و ۱۰ مشاهده می‌شود. همچنین تأثیر تغییر زمان پردازش روی تابع هدف سطح اول و دوم در شکل‌های ۱۱ و ۱۲ ارائه می‌شود.

تحلیل حساسیت

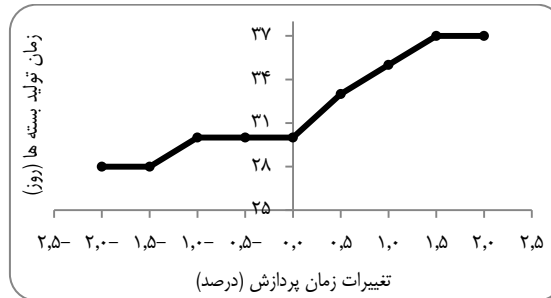
در این بخش، تحلیل حساسیت مدل سلسله‌مراتبی به پارامترهای تقاضا و زمان‌های پردازش محصولات انجام می‌شود و اینکه در صورت تغییر پارامترهای مدل سطح اول، اثر آن روی نتایج سطح اول و دوم چیست. مسئله‌ای با دو بسته، هر یک دارای چهار محصول روی دو خط بررسی



شکل ۱۱. اثر تغییر زمان پردازش روی تابع هدف سطح اول



شکل ۱۰. اثر تغییر تقاضا روی تابع هدف سطح دوم



شکل ۱۲. اثر تغییر زمان پردازش روی تابع هدف سطح دوم

دقیق (ابعاد کوچک) و کران پایین مقایسه شدند. متوسط اختلاف ۷۰ درصد زمان حل الگوریتم با حل دقیق و بیشترین اختلاف ۷/۷ درصد جواب‌های الگوریتم با کران پایین، عملکرد مناسب آن را نشان می‌دهد. برای اعتبارسنجی مدل، از داده‌های واقعی یک کارخانه کاشی استفاده شد که مقدار تولید، هزینه‌ها و زمان تولید بسته‌ها به ترتیب ۴/۴ درصد، ۱/۶ درصد و ۱۷ درصد در مقایسه با وضعیت فعلی کارخانه بهبود می‌یابد. اعمال زمان توقفات خطوط، چندمرحله‌ای بودن تولید محصولات و چندهدفه-بودن مدل سطح دوم را می‌توان زمینه‌ای برای پژوهش‌های آتی در نظر گرفت.

نتیجه‌گیری

در این مقاله، یک مدل برنامه‌ریزی سلسله‌مراتبی دوسطحی برای تعیین اندازه انباشته و زمان‌بندی تولید بسته‌های محصولات مکمل پیشنهاد شد. در سطح اول، توجه به کمینه‌سازی هزینه‌ها و استفاده بهینه از ظرفیت برای تعیین سطوح بهینه تولید، موجودی و کمبود ماهانه صورت گرفت. در سطح دوم، تعیین میزان و زمان تولید هفتگی بسته‌های محصولات مکمل، با پراکندگی کمینه تولید محصولات هر بسته پیشنهاد شد. برای حل مدل سطح دوم در ابعاد بزرگ، یک الگوریتم ابتکاری افق غلتان و یک کران پایین توسعه یافت که در آن‌ها، مثال‌های متعددی در ابعاد کوچک، متوسط و بزرگ طراحی و با حل

مراجع

1. Ramezani, R., Mehrabad, M. S. and Teimoury, E. (2013). "A mathematical model for integrating lot-sizing and scheduling problem in capacitated flow shop environments", *Intrnational Journal Of Advanced Manufacturing Technology*, Vol. 66, No. 1, PP. 347-361.
2. Baker, K. R. (1974). *Introduction to sequencing and scheduling*, John Wiley and Sons, New York.
3. Hax, A. C. and Meal, H. C. (1973). *Hierarchical integration of production planning and scheduling*, Massachusetts Institute of Technology, Operations Research Center.
4. Gupta, D. and Magnusson, T. (2005). "The capacitated lot-sizing and scheduling problem with sequence-dependent setup costs and setup times", *Computers & Operations Research.*, Vol. 32, No. 4, PP. 727-747.

5. Sawik, T. (2006). "Hierarchical approach to production scheduling in make-to-order assembly", *International Journal of Production Research*, Vol. 44, No. 4, PP. 801–830.
6. Omar, M. K. and Teo, S. C. (2007). "Hierarchical production planning and scheduling in a multi-product, batch process environment", *International Journal of Production Research*, Vol. 45, No. 5, PP. 1029–1047.
7. Ebadian, M., Rabbani M., Torabi, S. A. and Jolai, F. (2009). "Hierarchical production planning and scheduling in make-to-order environments: reaching short and reliable delivery dates", *International Journal of Production Research*, Vol. 47, No. 20, PP. 5761–5789.
8. Bang, J. Y. J. and Kim, Y. D. Y. (2010). "Hierarchical production planning for semiconductor wafer fabrication based on linear programming and discrete event simulation," *IEEE Transactions on Automation Science & Engineering.*, Vol. 7, No. 2, PP. 326–336.
9. Mohammadi, M., Fatemi Ghomi, S. M. T., Karimi, B. and Torabi, S. A. (2010). "Rolling-horizon and fix-and-relax heuristics for the multi-product multi-level capacitated lot-sizing problem with sequence-dependent setups", *Journal of Intelligent Manufacturing*, Vol. 21, No. 4, PP. 501–510.
10. Mohammadi, M. (2010). "Integrating lot sizing, loading, and scheduling decisions in flexible flow shops", *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, Vol. 50, No. 9, PP. 1165–1174.
11. Kwak, I. S. and Jeong, I. J. (2011). "A hierarchical approach for the capacitated lot-sizing and scheduling problem with a special structure of sequence-dependent setups", *International Journal of Production Research*, Vol. 49, No. 24, PP. 7425–7439.
12. Camargo V. C. B., Toledo, F. M. B. and Almada Lobo, B. (2012). "Three time-based scale formulations for the two-stage lot sizing and scheduling in process industries", *Journal of the Operational Research Society*, Vol. 63, No. 11, PP. 1613–1630.
13. Seeanner, F. and Meyr, H. (2013). "Multi-stage simultaneous lot-sizing and scheduling for flow line production", *OR Spectrum*, Vol. 35, No. 1, PP. 33–73.
14. Sereshti, N. and Bijari, M. (2013). "Profit maximization in simultaneous lot-sizing and scheduling Problem", *Applied Mathematical Modelling*, Vol. 37, No. 23, PP. 9516–9523.
15. Babaei, M., Mohammadi, M. and Fatemi Ghomi, S. M. T. (2014). "A genetic algorithm for the simultaneous lot sizing and scheduling problem in capacitated flow shop with complex setups and backlogging", *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, Vol. 70, No. 1, PP. 125–134.
16. Guimaraes, L., Klabjan, D. and Almada Lobo, B. (2014). "Modeling lot sizing and scheduling problems with sequence dependent setups", *European Journal of Operational Research*, Vol. 239, No. 3, PP. 644–662.
17. Merce, C. and Fontan, G. (2003). "MIP-based heuristics for capacitated lot sizing problems", *International Journal of Production Economic*, Vol. 41, No. 2, PP. 97–111.

واژه‌های انگلیسی به ترتیب استفاده در متن

1. Make To Order (MTO)
2. Master Scheduling
3. General Lot Sizing and Scheduling Problem (GLSP)
4. Make to Stock
5. Pareto Front
6. Weighted Metric Methods
7. Simplification Strategy