

یکپارچه سازی تصمیمات موجودی و انتخاب نوع وسیله نقلیه در یک زنجیره تأمین دوسطحی با کالای فسادپذیر

نوشین شمالزاده^۱، محمد مدرس^{۲*}

۱. کارشناس ارشد دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی شریف

۲. استاد دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی شریف

(تاریخ دریافت: ۹۵/۰۲/۱۸، تاریخ دریافت روایت اصلاح شده: ۹۵/۰۳/۱۸، تاریخ تصویب: ۹۵/۰۴/۰۶)

چکیده

در این پژوهش، یک زنجیره تأمین دوسطحی شامل یک فروشنده و یک خریدار با کالای فسادپذیر بررسی می شود. نرخ فساد محصول ثابت است. برای ارسال کالا از فروشنده به خریدار دو نوع وسیله نقلیه با زمان حمل و هزینه متفاوت در نظر گرفته می شود. تمایز این تحقیق با سایر مسائل موجود در ادبیات این است که فساد محصول در مدت زمان حمل نیز که وابسته به نوع وسیله نقلیه برای ارسال محموله ها از فروشنده به خریدار است، ادامه می یابد؛ بنابراین، ساختار مدل های متداول تغییر می یابد. هدف این پژوهش کمینه کردن مجموع هزینه های خریدار و فروشنده و تعیین مقادیر بهینه تعداد دفعات ارسال محموله، مدت چرخه تولید فروشنده و نوع وسیله نقلیه است. الگوریتمی برای حل مدل مستقل خریدار و فروشنده همراه با اثبات تحدب توابع هزینه و الگوریتمی ابتکاری برای حل مدل یکپارچه ارائه می دهیم. تحلیل حساسیت نیز صورت گرفته است تا میزان حساسیت متغیرهای تصمیم گیری مسئله و شاخص عملکرد زنجیره تأمین آزمایش شود. مدل یکپارچه ارائه شده می تواند هزینه کمتری را نسبت به حالتی که فروشنده و خریدار جداگانه تصمیم می گیرند، ایجاد کند.

واژه های کلیدی: بهینه سازی، زنجیره تأمین یکپارچه، مدت زمان تحویل، موجودی فسادپذیر.

مقدمه

فرض ارسال محموله ها در اندازه یکسان، تعداد و اندازه محموله ها را تحلیل و نشان داده اند که با افزایش اندازه دسته تولیدی، اندازه محموله به عددی ثابت میل می کند که می توان از آن برای تعیین وسیله نقلیه با ظرفیت مناسب استفاده کرد [۵]. در پژوهشی دیگر، مدلی طراحی شده است که در آن اندازه محموله ها با نرخ ثابتی افزایش می یابد و با مقایسه این سیاست با سیاست حمل در اندازه های یکسان نشان داده می شود که با افزایش نسبت هزینه نگهداری فروشنده به خریدار و همچنین با افزایش نرخ تولید به تقاضا، سیاست حمل در اندازه های یکسان جواب هایی با هزینه کمتر به دست می آید [۶]. هیل نسبت افزایش اندازه محموله ها به صورت متغیر تصادفی را نیز در مدل منظور کرده است [۷].

در ادامه، پژوهش های مرتبط با کالاهای فسادپذیر در زنجیره های تأمین دوسطحی شامل یک فروشنده و یک خریدار معرفی می شوند. در تمام این مقالات، مدت زمان تحویل از فروشنده به خریدار صفر در نظر گرفته شده

محققان زیادی به هماهنگ سازی در زنجیره های تأمین توجه داشته اند. یکی از سازوکارهای ایجاد هماهنگی مدیریت کارای موجودی است. تحقیقات صورت گرفته در زمینه هماهنگ سازی تصمیمات موجودی در زنجیره های تأمین را معرفی کرده است [۱]. حالت خاص این مسئله زمانی است که زنجیره تأمین شامل یک فروشنده و یک خریدار است. نخستین تحقیق صورت گرفته در این حوزه توسط گویال است که نرخ تولید بی نهایت فرض شده است و دسته تولیدی در محموله هایی با اندازه یکسان ارسال می شود. [۲]. این پژوهش را بعدها بنرجی با نرخ تولید محدود و سیاست حمل دسته - برای - دسته (Lot - for Lot) توسعه داد [۳]. در پژوهشی مشابه دسته تولیدی پس از اتمام تولید کامل دسته در تعدادی محموله با اندازه یکسان ارسال می شود [۴]. برخلاف پژوهش های قبلی، در تحقیقاتی که در ادامه معرفی می شوند ارسال محموله ها در زمان تولید نیز امکان پذیر است. کیم و همکاران با

زمان تحویل در آن‌ها صفر در نظر گرفته شده است، در این تحقیق مدت زمان تحویل یک مقدار ثابت و وابسته به نوع وسیله نقلیه است و فساد کالا در طول این زمان نیز امکان‌پذیر است. مدت زمان تحویل ممکن است شامل زمان حمل، بازرسی، رسیدگی به سفارش‌ها و... باشد و به دلیل تأثیر آن بر نقطه سفارش، هزینه حمل و فساد کالا، در نظر گرفتن آن در مدل‌سازی زنجیره‌های تأمین حائز اهمیت است.

در ادامه، مسئله و فرضیات مدل معرفی می‌شوند. سپس مدل‌سازی توابع هزینه خریدار و فروشنده تشریح و بعد الگوریتم‌هایی برای حل هر یک از مدل‌های مستقل و یکپارچه ارائه می‌شود. همچنین، پس از بررسی‌های عددی، تحذب تابع هزینه فروشنده، تابع هزینه کل سیستم و میزان حساسیت متغیرهای تصمیم‌گیری نسبت به تغییرات پارامترهای مسئله آزمایش می‌شود. در انتها، نتایج پژوهش و زمینه تحقیقات آتی مطرح می‌شود. نتایج محاسبات عددی نشان می‌دهند مدل ارائه‌شده در حالت یکپارچه مقدار هزینه کمتری را نسبت به حالتی که اجزا به صورت مستقل تصمیم می‌گیرند ایجاد می‌کند.

تعریف مسئله

این تحقیق یک زنجیره تأمین دوسطحی شامل یک تولیدکننده و یک خریدار را در نظر گرفته است، به طوری که دسته سفارشی خریدار توسط سازنده با نرخ ثابت تولید می‌شود و در محموله‌هایی با اندازه یکسان ارسال می‌شود. همچنین، محصول فسادپذیر و با نرخ فساد ثابت است. برای ارسال محموله‌ها از تولیدکننده به خریدار دو نوع وسیله نقلیه با سرعت معمولی و سریع با هزینه حمل متفاوت و متناسب با اندازه محموله در نظر گرفته شده است. هزینه‌های سیستم شامل هزینه راه‌اندازی خط تولید، سفارش دهی، نگهداری موجودی، فساد و هزینه حمل است. هدف تعیین متغیرهای اصلی تصمیم‌گیری شامل تعداد دفعات ارسال محموله، مدت چرخه تولید فروشنده و نوع وسیله نقلیه مناسب برای حمل کالا به گونه‌ای است که هزینه کل در واحد زمان حداقل شود. توابع هزینه فروشنده و خریدار با توجه به فرضیات زیر محاسبه می‌شوند:

است. همچنین، به جز یک مورد که سیاست حمل بهینه را برای مدل تعیین می‌کند، در سایر مقالات از سیاست حمل در اندازه‌های یکسان برای ارسال محموله‌ها استفاده شده است. در پژوهش راثو و همکاران مدل‌سازی سیستم تولید و توزیع کالای فسادپذیر با نرخ فساد ثابت در افق زمانی محدود صورت گرفته است. در این مدل همچنین ماده اولیه برای تولید محصول، فسادپذیر بوده و تعیین مقدار سفارش آن یکی از متغیرهای تصمیم‌گیری در مدل است [۸]. سیستم موجودی کالای فسادپذیر با نرخ فساد ثابت در افق زمانی نامحدود توسط "ژو و وانگ" مدل‌سازی شده است. لیکن در این مدل هیچ سیاست حملی در نظر گرفته نشده و برخلاف سایر پژوهش‌ها، تابع هزینه فروشنده به صورت دقیق انجام شده است. [۹]. نرخ فساد متغیر با زمان با فرض تابع توزیع دو پارامتری ویبول در مقاله لو و وی نیز در نظر گرفته شده است. در این مقاله با فرض تورم و کمبود در انبار خریدار، ماده اولیه و محصول نهایی هر دو فسادپذیر فرض شده است. همچنین، فرایند تولید پس از مدتی که از توزیع نمایی پیروی می‌کند از حالت تحت کنترل خارج می‌شود و به تولید تعدادی محصول معیوب و هزینه دوباره‌کاری منجر می‌شود [۱۰]. فرض نرخ فساد ثابت برای محصول نیز در مدلی توسعه داده شده است که در آن زمان تولید دسته سفارشی با افزایش اندازه دسته کاهش می‌یابد [۱۱]. با فرض نرخ فساد ثابت برای محصول، از یک روش جبری برای مدل‌سازی سیستم موجودی خریدار و فروشنده تیز استفاده شده است تا از پیچیدگی‌های ایجادشده در اثر به کارگیری معادلات دیفرانسیل در مدل‌سازی موجودی کالاهای فسادپذیر کاسته شود [۱۲]. برای حالتی که نرخ فساد محصول به صورت احتمالی از تابع توزیع یکنواخت، مثلثی و بتا پیروی می‌کند، نیز مدلی توسعه داده شده است [۱۳]. "وانگ ولی" نیز با فرض نرخ فساد ثابت برای محصول، مدل‌سازی را در دو حالتی که انبار خریدار دارای ظرفیت محدود و نامحدود است توسعه داده‌اند [۱۴].

در این تحقیق، یک زنجیره تأمین دوسطحی شامل یک فروشنده و یک خریدار با کالای فسادپذیر در نظر گرفته می‌شود. تفاوت مسئله ما با سایر مسائل موجود در ادبیات در این است که برخلاف سایر مقالات که مدت

مقدار موجودی خریدار در لحظه سفارش به صورت زیر به دست می‌آید:

$$r_i = I_b(T_b - L_i) = \frac{D}{\theta}(\exp(\theta(L_i)) - 1), \quad i = 1, 2 \quad (3)$$

اندازهٔ محموله دریافتی توسط خریدار در ابتدای چرخه مصرف با استفاده از معادله $I_b(0) = Q_b$ به صورت زیر به دست می‌آید:

$$Q_b = \frac{D}{\theta}(\exp(\theta T_b) - 1) \quad (4)$$

تغییرات موجودی در راه در مدت زمان اندک dt تابعی از نرخ فساد θ و مقدار موجودی $I_w(t)$ است و مطابق با شکل ۱ مقدار موجودی در طول زمان حمل L از Q_v به Q_b کاهش می‌یابد. بدین ترتیب، سیستم موجودی در راه به‌ازای استفاده از وسیله نقلیه نوع i به صورت زیر مدل‌سازی می‌شود:

$$\frac{dI_{wi}(t)}{dt} = -\theta I_{wi}(t), \quad 0 \leq t \leq L_i, \quad i = 1, 2 \quad (5)$$

با توجه به شرط کرانی $I_{wi}(0) = Q_{vi}$ تابع مقدار موجودی در راه نسبت به زمان برابر است با:

$$I_{wi}(t) = Q_{vi} \exp(-\theta t), \quad 0 \leq t \leq L_i, \quad i = 1, 2 \quad (6)$$

با استفاده از (۴)، (۶) و $I_{wi}(L_i) = Q_b$ ، اندازهٔ محمولهٔ ارسالی توسط فروشنده به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$Q_{vi} = \frac{D \exp(\theta L_i)}{\theta} (\exp(\theta T_b) - 1), \quad i = 1, 2 \quad (7)$$

هزینهٔ سفارش‌دهی برابر است با:

$$OC = A \quad (8)$$

هزینهٔ نگهداری خریدار برابر است با:

$$HC_b = \int_0^{T_b} H_b I_b(t) dt = \frac{DH_b}{\theta^2} (\exp(\theta T_b) - 1 - \theta T_b) \quad (9)$$

هزینهٔ فساد کالا از دو قسمت تشکیل شده است. مقداری از کالا در انبار خریدار فاسد می‌شود و مقداری از آن در مدت زمان حمل فاسد می‌شود. به این ترتیب، هزینهٔ فساد خریدار برابر است با:

$$\begin{aligned} DC_b &= \int_0^{T_b} C'_b \theta I_b(t) dt + \sum_i \left(\int_0^{L_i} C'_b \theta I_{wi}(t) dt \right) y_i \\ &= \frac{DC'_b}{\theta} (\exp(\theta T_b) - 1 - \theta T_b) + \\ &\quad \sum_i \left(\frac{DC'_b}{\theta} (\exp(\theta T_b) - 1) (\exp(\theta L_i) - 1) \right) y_i \quad (10) \end{aligned}$$

۱. نرخ تقاضا و نرخ تولید ثابت و قطعی هستند و رابطه $P > D$ بین آن‌ها برقرار است.

۲. مدل شامل یک محصول است که با نرخ ثابتی از موجودی در دسترس فاسد می‌شود.

۳. نرخ فساد کالا در کل زنجیره (تولیدکننده، خریدار و حمل) ثابت است.

۴. دو نوع وسیله نقلیه با سرعت معمولی و سریع در نظر گرفته شده‌اند، به گونه‌ای که زمان ارسال محموله توسط هر نوع وسیله نقلیه از تولیدکننده به خریدار مشخص و قطعی است و هزینهٔ ارسال واحد کالا توسط وسیله نقلیه با سرعت معمولی کمتر از هزینهٔ ارسال واحد کالا توسط وسیله نقلیه سریع است ($V_1 < V_2$).

۵. مدت زمان تحویل از تولیدکننده به خریدار کوچک‌تر از چرخه مصرف خریدار فرض شده است؛ به عبارت دیگر، در هر لحظه حداکثر یک محموله در راه است. این فرض در اکثر مراجع از جمله [۱۷] و [۱۸] در نظر گرفته شده است و برای طیف وسیعی از انواع کالای فسادپذیر همچون میوه و سبزی مناسب است.

۶. افق زمانی نامحدود است.

مدل‌سازی هزینه‌های خریدار و فروشنده

در این قسمت، توابع هزینه خریدار و فروشنده به دست می‌آید.

تابع هزینه خریدار

مطابق با شکل ۱ ابتدا محموله‌ای به اندازه Q_v از فروشنده به خریدار ارسال می‌شود. مقداری از این محموله در مدت زمان حمل L فاسد می‌شود و خریدار مقدار Q_b واحد کالا در هر چرخه مصرف T_b دریافت می‌کند. تغییرات موجودی خریدار در مدت زمان اندک dt ، تابعی از نرخ تقاضا D ، نرخ فساد θ و مقدار موجودی $I_b(t)$ است. سیستم موجودی در انبار خریدار به صورت زیر مدل‌سازی می‌شود:

$$\frac{dI_b(t)}{dt} = -D - \theta I_b(t), \quad 0 \leq t \leq T_b \quad (1)$$

با توجه به شرط کرانی $I_b(T_b) = 0$ ، تابع مقدار موجودی خریدار نسبت به زمان برابر است با:

$$I_b(t) = \frac{D}{\theta} (\exp(\theta(T_b - t)) - 1), \quad 0 \leq t \leq T_b \quad (2)$$

هزینه فساد کالا نیز به صورت زیر به دست می‌آید:

$$DC_v = \theta C'_v \left(\int_0^{T_p} I_p(t) + \int_0^{T_d} I_d(t) - n \int_0^{T_b} I_b(t) \right) = C' \left(\frac{P}{\theta} \text{Ln} \left(\frac{D}{P} (\exp(\theta T_v) - 1) + 1 \right) - \frac{nD}{\theta} \left(\exp\left(\frac{\theta T_v}{n}\right) - 1 \right) \right) \quad (22)$$

با مجموع هزینه‌های راه‌اندازی، نگهداری و فساد، هزینه کل فروشنده در واحد زمان به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$TC_v(n, T_v) = \frac{SC}{T_v} + \frac{HC_v}{T_v} + \frac{DC_v}{T_v} \quad (23)$$

هزینه کل سیستم

هزینه کل سیستم از مجموع هزینه‌های خریدار و فروشنده به صورت زیر به دست می‌آید:

$$TC(y_1, y_2, n, T_v) = TC_b + TC_v \quad (24)$$

حل مدل

در این قسمت، الگوریتم‌هایی برای حل مدل‌های مستقل و یکپارچه ارائه می‌شود.

بهبودسازی مستقل اعضای زنجیره

در این حالت، ابتدا خریدار با کمینه کردن هزینه‌های خود مقادیر T_b^* ، y_1^* و y_2^* را پیدا می‌کند و پس از جای‌گذاری مقدار T_b^* در تابع هزینه فروشنده مقدار n^* با کمینه کردن هزینه‌های فروشنده به دست می‌آید. مدل سیاست مستقل به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} & \text{Minimize } TC_b(y_1, y_2, T_b) \\ & \text{St : } y_1 + y_2 = 1, i \in \{1, 2\} \\ & \text{Minimize } TC_v(n) \\ & \text{St : } n \in N, T_v = nT_b \end{aligned} \quad (25)$$

قضیه ۱: تابع هزینه خریدار (۱۲) با ثابت گرفتن مقادیر y_i ، نسبت به متغیر T_b اکیداً محدب است. **اثبات:** با مشخص بودن مقادیر y_i ، می‌توان تابع هزینه TC_b را به صورت زیر نوشت:

$$TC_b(T_b) = f_1(T_b) + f_2(T_b) + f_3(T_b) + f_4(T_b) \quad \text{به طوری که}$$

$$\frac{dI_p(t_p)}{dt_p} = P - D - \theta I_p(t_p), \quad 0 \leq t_p \leq T_p \quad (13)$$

$$\frac{dI_d(t_d)}{dt_d} = -D - \theta I_d(t_d), \quad 0 \leq t_d \leq T_d \quad (14)$$

با استفاده از شرایط کرانی $I_p(0) = I_d(T_d) = 0$ مقدار موجودی سیستم در هر لحظه به صورت زیر به دست می‌آید:

$$I_p(t) = \frac{P-D}{\theta} (1 - \exp(-\theta t_p)), \quad 0 \leq t_p \leq T_p \quad (15)$$

$$I_d(t) = \frac{D}{\theta} (\exp(\theta(T_d - t_d)) - 1), \quad 0 \leq t_d \leq T_d \quad (16)$$

متغیرهای T_p و T_d به یکدیگر وابسته‌اند و برای رفع این وابستگی، رابطه هریک از این متغیرها بر حسب T_v به دست می‌آید. بدین منظور، با توجه به روابط $I_p(T_p) = I_d(0)$ و $T_p + T_d = T_v$ مقدار متغیرهای T_p و T_d بر حسب متغیر T_v برابرند با:

$$T_p = \frac{1}{\theta} \text{Ln} \left(\frac{D}{P} (\exp(\theta T_v) - 1) + 1 \right) \quad (17)$$

$$T_d = -\frac{1}{\theta} \text{Ln} \left(\frac{D \exp(-\theta T_v)}{P} (\exp(\theta T_v) - 1) + 1 \right) \quad (18)$$

تعداد کالای تولیدشده توسط تولیدکننده برابر است با:

$$Q = PT_p \quad (19)$$

هزینه راه‌اندازی خط تولید یک هزینه ثابت است که به‌ازای هر بار راه‌اندازی خط تولید در نظر گرفته می‌شود. این هزینه به صورت زیر به دست می‌آید.

$$SC = C \quad (20)$$

برای محاسبه هزینه نگهداری در انبار فروشنده باید سطح موجودی خریدار از سطح موجودی سیستم خریدار و فروشنده کسر شود تا موجودی خالص در انبار فروشنده به دست آید. بدین ترتیب، هزینه نگهداری فروشنده برابر است با:

$$HC_v = H_v \left(\int_0^{T_p} I_p(t) + \int_0^{T_d} I_d(t) - n \int_0^{T_b} I_b(t) \right) = H_v \left(\frac{P}{\theta^2} \text{Ln} \left(\frac{D}{P} (\exp(\theta T_v) - 1) + 1 \right) - \frac{nD}{\theta^2} \left(\exp\left(\frac{\theta T_v}{n}\right) - 1 \right) \right) \quad (21)$$

همانند روش ذکر شده برای محاسبه هزینه نگهداری،

$(d^2f_3(T_b)/dT_b^2) > 0$ و $f_3(T_b)$ تابعی اکیداً محدب است.

مشتق دوم تابع $f_4(T_b)$ برابر است با:

$$(d^2f_4(T_b)/dT_b^2) = \frac{DV_i \exp(\theta L_i) (\exp(\theta T_b) (\theta^2 T_b^2 - 2\theta T_b + 2) - 2)}{\theta T_b^3}$$

به‌طور مشابه، به‌دلیل اینکه صورت کسر همواره مثبت

است، در نتیجه $(d^2f_4(T_b)/dT_b^2) > 0$ و $f_4(T_b)$ تابعی اکیداً محدب است.

در نهایت، با توجه به اینکه مجموع توابع محدب نیز

یک تابع محدب است، نتیجه می‌گیریم $TC_b(T_b) = \sum_i f_i(T_b)$ نیز اکیداً محدب و اثبات تمام است.

قضیه ۲: تابع هزینه فروشنده (۲۳) با ثابت‌گرفتن

مقدار متغیر T_b و فرض $nT_b \leq 1$ نسبت به متغیر گسسته n اکیداً محدب است.

اثبات: به مرجع [17] مراجعه شود.

بر مبنای نتایج قضیه‌های ۱ و ۲ و با توجه به اینکه

مقدار n محدود و قابل‌شمارش است، الگوریتمی برای

پیدا کردن مقادیر بهینه y_1^* ، y_2^* ، n^* و T_b^* طراحی

می‌شود. اگرچه تحدب تابع هزینه فروشنده در حالت کلی

اثبات نشده است، فرض $nT_b \leq 1$ فرضی منطقی و معقول

است و برای تمام مثال‌های حل‌شده در این پژوهش برقرار

است. دلیل این امر آن است که به‌دلیل هزینه‌های فساد کالا،

تولیدکننده ترجیح می‌دهد با کاهش دوره تولید، کالای

کمتری نگهداری کند تا هزینه‌های فساد را کاهش دهد. با

این حال، تحدب تابع هزینه فروشنده نیز به‌صورت تجربی

نشان داده شده است. الگوریتم پیدا کردن مقادیر بهینه y_1^* ،

y_2^* ، n^* و T_b^* برای مدل مستقل عبارت است از:

گام ۱: یک نوع وسیله نقلیه $(i \in \{1, 2\})$ را به‌دلخواه

انتخاب کنید. ($y_i = 1, y_{j \neq i} = 0$)

گام ۲: با حل معادله $(\partial(TC_b)/\partial T_b) = 0$ ، مقدار

بهینه متغیر T_b را بیابید.

گام ۳: گام ۲ را به‌ازای تمام مقادیر ممکن برای y_i

تکرار کنید تا کوچک‌ترین $TC_b^*(y_1^*, y_2^*, T_b^*)$ به‌دست آید.

$$f_1(T_b) = A/T_b$$

$$f_2(T_b) = \frac{DH_b}{\theta^2 T_b} (\exp(\theta T_b) - 1 - \theta T_b)$$

$$f_3(T_b) = \frac{DC'_b}{\theta T_b} ((\exp(\theta T_b) - 1) \exp(\theta L_i) - \theta T_b)$$

$$f_4(T_b) = \frac{DV_i \exp(\theta L_i)}{\theta T_b} (\exp(\theta T_b) - 1)$$

در صورتی که بتوان ثابت کرد هر یک از توابع $f_1(T_b)$

$f_2(T_b)$ ، $f_3(T_b)$ و $f_4(T_b)$ اکیداً محدب هستند و با

توجه به اینکه مجموع توابع اکیداً محدب نیز تابعی اکیداً

محدب است، پس $TC_b(T_b)$ نیز اکیداً محدب می‌شود.

تابع $f_1(T_b)$ اکیداً محدب است چون

$$(d^2f_1(T_b)/dT_b^2) = (2A/T_b^3) > 0$$

مشتق دوم تابع $f_2(T_b)$ برابر است با:

$$\frac{d^2f_2(T_b)}{dT_b^2} = \frac{DH_b (\exp(\theta T_b) (\theta^2 T_b^2 - 2\theta T_b + 2) - 2)}{\theta^2 T_b^3}$$

برای اینکه نشان دهیم مشتق دوم تابع $f_2(T_b)$

مثبت است، کافی است ثابت کنیم

$$\exp(\theta T_b) (\theta^2 T_b^2 - 2\theta T_b + 2) - 2 > 0$$

بدین منظور، ابتدا نشان می‌دهیم که این عبارت نسبت به

نرخ فساد θ صعودی است:

$$\frac{d(\exp(\theta T_b) (\theta^2 T_b^2 - 2\theta T_b + 2) - 2)}{d\theta} = \theta^2 T_b^3 \exp(\theta T_b)$$

که همواره مثبت است. پس با توجه به صعودی بودن تابع

$$\exp(\theta T_b) (\theta^2 T_b^2 - 2\theta T_b + 2) - 2$$

نسبت به نرخ فساد θ و $\theta > 0$ نتیجه می‌گیریم $(d^2f_2(T_b)/dT_b^2) > 0$

و $f_2(T_b)$ تابعی اکیداً محدب است.

مشتق دوم تابع $f_3(T_b)$ برابر است با:

$$(d^2f_3(T_b)/dT_b^2) = \frac{DC'_b \exp(\theta L_i) (\exp(\theta T_b) (\theta^2 T_b^2 - 2\theta T_b + 2) - 2)}{\theta T_b^3}$$

با توجه به اینکه صورت کسر همواره مثبت است،

آید. جواب بهینه در روابط زیر صدق می‌کند:

$$TC^*(y_1, y_2, (n^* - 1), T_v^*(y_1, y_2, (n^* - 1))) \\ \geq TC^*(y_1, y_2, n^*, T_v^*), \\ TC^*(y_1, y_2, n^*, T_v^*) \\ \leq TC^*(y_1, y_2, (n^* + 1), T_v^*(y_1, y_2, (n^* + 1)))$$

به طوری که $T_v^*(y_1, y_2, (n^* \pm 1))$ مقدار بهینه T_v به ازای y_1, y_2 و $n^* \pm 1$ است.

گام ۶: گام‌های ۲ تا ۵ را برای تمام مقادیر ممکن y_i تکرار کنید تا کوچک‌ترین $TC^*(y_1^*, y_2^*, n^*, T_v^*)$ به دست آید.

گام ۷: مقادیر $r, Q_b, Q_v, T_p, T_d, T_v$ و TC را محاسبه کنید.

بررسی‌های عددی

در این قسمت، یک مثال عددی حل می‌شود و تحذب تابع هزینه فروشنده و هزینه کل سیستم به صورت تجربی نشان داده می‌شود. در انتها، تأثیر تغییرات پارامترهای مسئله بر متغیرهای اصلی و عملکرد زنجیره تأمین بررسی می‌شود.

حل مثال عددی

مسئله‌ای با مشخصات زیر در نظر بگیرید:

$$P=19200 \text{ units/year}, \quad D=1000 \text{ units/year}, \\ \text{setup}, \quad A=\$60/\text{order}, \quad H_v = \$6/\text{unit/year}, \quad C = \$600/ \\ H_b = \$12/\text{unit/year}, \quad V_1 = \$2/\text{unit}, \quad V_2 = \$2.5/\text{unit}, \\ \text{unit}, \quad C'_b \text{ days}, \quad L_2 = 5 \text{ days}, \quad \theta = 0.2, \quad C'_v = \$50, \quad L_1 = 16 \\ = \$100/\text{unit}$$

مقادیر پارامترهای P, D, C, D, P, H_v و C'_v از [12] اقتباس شده‌اند.

برای حل مسئله از نرم‌افزار متلب (MATLAB) استفاده شده است. همان‌طور که در جدول ۱ مشاهده می‌شود، با به‌کارگیری سیاست یکپارچه هزینه‌های سیستم به میزان ۱/۱۰ درصد نسبت به سیاست مستقل کاهش یافته است. کاهش هزینه در بخش فروشنده به میزان ۶/۷۲ درصد است، در حالی که خریدار با به‌کارگیری سیاست یکپارچه ضرر کرده و هزینه آن به میزان ۳/۴۲ درصد افزایش یافته است.

گام ۴: مقدار T_b^* را در $TC_v(n, T_v)$ جای‌گذاری کنید تا تابع تک‌متغیره $TC_v(n)$ به دست آید.

گام ۵: به ازای تمامی مقادیر محتمل برای متغیر n مقدار $TC_v(n, T_b^*)$ را محاسبه کنید تا کوچک‌ترین $TC_v^*(n^*, T_b^*)$ به دست آید. جواب بهینه در رابطه زیر صدق می‌کند:

$$TC_v^*((n^* - 1), T_b^*) \geq TC_v^*(n^*, T_b^*) \leq TC_v^*((n^* + 1), T_b^*)$$

گام ۶: مقادیر متغیرهای $r, Q_b, Q_v, T_p, T_d, T_v$ و TC را به دست آورید.

بهینه‌سازی یکپارچه اعضای زنجیره

در این حالت خریدار و فروشنده با یکدیگر همکاری می‌کنند و مقادیر بهینه y_1^*, y_2^*, n^* و T_v^* با کمینه‌کردن مجموع هزینه‌های فروشنده و خریدار به صورت هم‌زمان به دست می‌آید. مدل سیاست یکپارچه به صورت زیر است:

$$\text{Min } TC(y_1, y_2, n, T_v) = TC_b + TC_v \\ \text{St} : y_1 + y_2 = 1, \quad T_v = nT_b, \quad i \in \{1, 2\}, \quad n \in N \quad (26)$$

شایان ذکر است به دلیل پیچیده بودن تابع هزینه کل سیستم (۲۴)، اثبات تحذب آن از طریق روش‌های ریاضی دشوار است، اما در قسمت ۰ به صورت تجربی نشان داده می‌شود که تابع هدف محدب است؛ بنابراین، الگوریتم ابتکاری زیر با هدف تعیین بهترین مقادیر ممکن y_1^*, y_2^*, n^* و T_v^* برای مدل یکپارچه تعریف شده است.

گام ۱: یک نوع وسیله نقلیه $(i \in \{1, 2\})$ را به دلخواه انتخاب کنید. $(y_i = 1, y_{j \neq i} = 0)$

گام ۲: با توجه به اینکه تعداد دفعات ارسال محموله، n یک متغیر گسسته است، از یک مقدار دلخواه $n \geq 1$ شروع کنید.

گام ۳: مشتق جزئی تابع هزینه $TC(y_1, y_2, n, T_v)$ نسبت به T_v را برابر با صفر قرار دهید و مقدار متغیر T_v را محاسبه کنید.

گام ۴: مقدار T_v به دست آمده را در تابع هزینه جایگزین کنید و $TC(y_1, y_2, n, T_v)$ را محاسبه کنید.

گام ۵: گام‌های ۳ و ۴ را برای تمام مقادیر ممکن n تکرار کنید تا کوچک‌ترین $TC^*(y_1, y_2, n^*, T_v^*)$ به دست

جدول ۱. مقایسه سیاست‌های موجودی

سیاست		تصمیمات
یکپارچه	مستقل	
۰	۰	y_1
۱	۱	y_2
۳	۵	N
۰/۰۹۰۳	۰/۰۶۰۵	T_b
۰/۲۷۰۹	۰/۳۰۲۳	T_v
۰/۰۱۴۵	۰/۰۱۶۲	T_p
۰/۲۵۶۵	۰/۲۸۶۱	T_d
۱۳/۷۲	۱۳/۷۲	R
۹۱/۳۸	۶۱/۰۰	Q_v
۹۱/۱۳	۶۰/۸۳	Q_b
۲۷۸/۰۱	۳۱۱/۱۶	Q
۴۹۲۴/۶	۴۷۶۱/۸	TC_b
۳۵۷۵/۸	۳۸۳۳/۴	TC_v
۸۵۰۰/۴	۸۵۹۵/۲	TC
۳/۴۲	درصد تغییر هزینه خریدار $\frac{(TC_{b, \text{Integrated}} - TC_{b, \text{Non-integrated}})}{TC_{b, \text{Non-integrated}}} \times 100$	
-۶/۷۲	درصد تغییر هزینه فروشنده $\frac{(TC_{v, \text{Integrated}} - TC_{v, \text{Non-integrated}})}{TC_{v, \text{Non-integrated}}} \times 100$	
۱/۱۰	درصد صرفه‌جویی سیستم $\frac{(TC_{\text{Non-integrated}} - TC_{\text{Integrated}})}{TC_{\text{Non-integrated}}} \times 100$	

به ترتیب هزینه فروشنده و خریدار در حالت مستقل TC_b هستند. در مثال ارائه‌شده، λ_b ، λ_v ، TC'_b و TC'_v به ترتیب برابر با ۰/۴، ۰/۶، ۰/۳۷۹۱/۱، ۰/۳۷۰۹/۳ به دست می‌آیند؛ به عبارت دیگر، فروشنده با پرداخت هزینه‌ای معادل با ۲۵۱/۳ به خریدار، او را به ایجاد مشارکت ترغیب می‌کند.

تحدب توابع هدف

شکل ۳ تحدب تابع هزینه فروشنده را نسبت به متغیر n نشان می‌دهد.

بدین ترتیب، باید با استفاده از سازوکاری خریدار را به مشارکت در سیاست یکپارچه ترغیب کرد. یکی از این سازوکارها روش معرفی‌شده توسط مطابق با این روش، هزینه‌های خریدار و فروشنده از طریق روابط زیر اصلاح می‌شود:

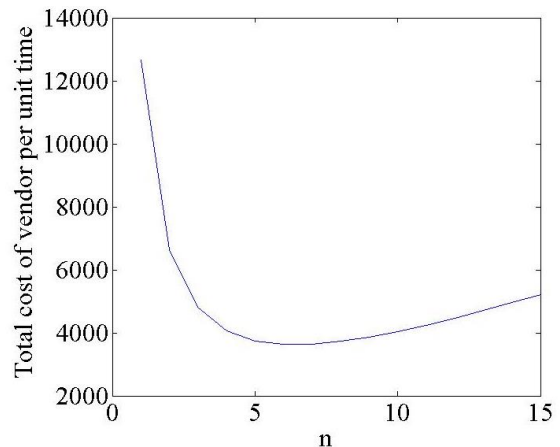
$$\begin{aligned}
 TC'_v &= \lambda_v TC^*(y_1^*, y_2^*, n^*, T_v^*) \\
 TC'_b &= \lambda_b TC^*(y_1^*, y_2^*, n^*, T_v^*) \\
 \lambda_v &= \frac{TC_v(n^*)}{TC_v(n^*) + TC_b(y_1^*, y_2^*, T_b^*)} \\
 \lambda_b &= \frac{TC_b(y_1^*, y_2^*, T_b^*)}{TC_v(n^*) + TC_b(y_1^*, y_2^*, T_b^*)} \quad (27)
 \end{aligned}$$

که TC^* هزینه کل سیستم در حالت یکپارچه و TC_v و

تحلیل حساسیت

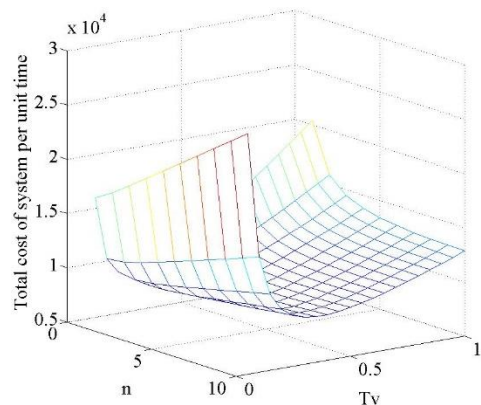
در این قسمت، تأثیر تغییرات پارامترهای مسئله بر متغیرهای اصلی تصمیم‌گیری (y_1, y_2, n, T_v) و عملکرد زنجیره تأمین بررسی می‌شود. عملکرد زنجیره تأمین با شاخص $PS = \frac{(TC_{Non-integrated} - TC_{Integrated})}{TC_{Non-integrated}} \times 100$ که توسط سجادیه و همکاران معرفی شده است، بررسی می‌شود. مهم‌ترین نتایج تحلیل حساسیت با توجه به جدول‌های ۲ تا ۵ عبارت‌اند از:

۱. نوع وسیله نقلیه بهینه به مقدار α, β, θ و C'_b وابسته است، به طوری که با افزایش α و β وسیله نقلیه با سرعت معمولی و با افزایش θ و C'_b وسیله نقلیه سریع ترجیح داده می‌شود.
۲. تغییرات پارامترهای $C'_v, C'_b, A, C, H_v, H_b$ بیشترین تأثیر را بر مقدار متغیر n دارد، به طوری که با افزایش C'_b, C, H_b مقدار n افزایش و با افزایش A, C'_v, H_v مقدار n کاهش می‌یابد.
۳. مقدار متغیر T_v بیشترین حساسیت را نسبت به تغییرات پارامترهای θ, C'_v, C, D, H_v دارد، به طوری که افزایش C سبب افزایش T_v و افزایش پارامترهای θ, C'_v, D, H_v سبب کاهش T_v می‌شوند.
۴. مقدار شاخص PS رابطه مستقیم با پارامترهای C'_v, P, H_v و رابطه غیرمستقیم با پارامترهای D, C'_b, H_b دارد.



شکل ۳. تحذب تابع هزینه فروشنده نسبت به متغیر n به‌ازای $y_2=1$ و $y_1=0$

تحذب تابع هزینه کل سیستم اثبات نشد، اما با توجه به شکل ۴ تحذب تابع $TC(n, T_v)$ نسبت به دو متغیر n و T_v به‌وضوح نشان داده می‌شود.



شکل ۴. تحذب تابع هزینه کل سیستم نسبت به متغیرهای n و T_v به‌ازای $y_2=1$ و $y_1=0$

جدول ۲. تأثیر نسبت هزینه حمل واحد کالا توسط وسیله نقلیه سریع به وسیله نقلیه با سرعت معمولی

PS %	متغیرهای تصمیم‌گیری					پارامترها	
	TC	T_v	n	y_2	y_1	α	V_1
۱/۲۳	۷۷۹۲/۱	۰/۲۷۱۲	۳	۱	۰	۱/۲	۱/۵
۱/۱۷	۸۰۹۵/۷	۰/۲۷۱۱	۳	۱	۰	۱/۴	
۱/۱۷	۸۱۰۹/۵	۰/۲۷۱۱	۳	۰	۱	۱/۶	
۱/۱۲	۸۳۹۹/۳	۰/۲۷۱۰	۳	۱	۰	۱/۲	۲
۱/۰۸	۸۶۱۸/۵	۰/۲۷۰۹	۳	۰	۱	۱/۴	
۱/۰۸	۸۶۱۸/۵	۰/۲۷۰۹	۳	۰	۱	۱/۶	
۱/۰۳	۹۰۰۶/۴	۰/۲۷۰۷	۳	۱	۰	۱/۲	۲/۵
۱/۰۱	۹۱۲۷/۵	۰/۲۷۰۷	۳	۰	۱	۱/۴	
۱/۰۱	۹۱۲۷/۵	۰/۲۷۰۷	۳	۰	۱	۱/۶	

جدول ۳. تأثیر نسبت زمان حمل محموله از طریق وسیله نقلیه سریع به وسیله نقلیه با سرعت معمولی

PS (%)	متغیرهای تصمیم‌گیری					پارامترها	
	TC	T_v	n	y_2	y_1	β	L_1
۱/۱۲	۸۳۸۶/۹	۰/۲۷۱۰	۳	۱	۰	۰/۲۵	۱۲
۱/۱۲	۸۳۹۱/۲	۰/۲۷۱۰	۳	۰	۱	۰/۵	
۱/۱۲	۸۳۹۱/۲	۰/۲۷۱۰	۳	۰	۱	۰/۷۵	
۱/۱۱	۸۴۴۳/۶	۰/۲۷۱۰	۳	۱	۰	۰/۲۵	۱۶
۱/۰۸	۸۶۱۸/۵	۰/۲۷۰۹	۳	۰	۱	۰/۵	
۱/۰۸	۸۶۱۸/۵	۰/۲۷۰۹	۳	۰	۱	۰/۷۵	
۱/۱۰	۸۵۰۰/۴	۰/۲۷۰۹	۳	۱	۰	۰/۲۵	۲۰
۱/۰۶	۸۷۸۵/۰	۰/۲۷۰۸	۳	۱	۰	۰/۵	
۱/۰۵	۸۸۴۶/۳	۰/۲۷۰۸	۳	۰	۱	۰/۷۵	

جدول ۴. تحلیل حساسیت متغیرهای T_v ، y_2 ، y_1 و θ

	-۵۰٪			-۲۵٪			+۲۵٪			+۵۰٪		
	y_1	y_2	T_v	y_1	y_2	T_v	y_1	y_2	T_v	y_1	y_2	T_v
θ	۱	۰	۰/۳۲۹۰	۱	۰	۰/۲۹۵۹	۰	۱	۰/۲۵۱۳	۰	۱	۰/۲۳۵۳
C'_b	۱	۰	۰/۲۷۵۴	۱	۰	۰/۲۸۲۳	۰	۱	۰/۲۸۲۰	۰	۱	۰/۲۷۴۰
C'_v	۰	۱	۰/۳۴۴۰	۰	۱	۰/۳۰۴۸	۰	۱	۰/۲۶۱۴	۰	۱	۰/۲۳۳۸
A	۰	۱	۰/۲۸۰۸	۰	۱	۰/۲۸۰۳	۰	۱	۰/۲۷۸۵	۰	۱	۰/۲۸۵۹
C	۰	۱	۰/۱۸۷۵	۰	۱	۰/۲۴۳۸	۰	۱	۰/۳۱۵۲	۰	۱	۰/۳۳۷۸
D	۰	۱	۰/۳۷۷۰	۰	۱	۰/۳۱۰۵	۰	۱	۰/۲۴۴۰	۰	۱	۰/۲۲۴۱
P	۰	۱	۰/۲۷۶۹	۰	۱	۰/۲۷۲۹	۰	۱	۰/۲۶۹۸	۰	۱	۰/۲۶۹۰
H_v	۰	۱	۰/۳۰۷۹	۰	۱	۰/۲۹۸۹	۰	۱	۰/۲۶۵۱	۰	۱	۰/۲۵۹۶
H_b	۰	۱	۰/۲۸۴۶	۰	۱	۰/۲۷۷۵	۰	۱	۰/۲۸۵۴	۰	۱	۰/۲۸۰۴

جدول ۵. تحلیل حساسیت متغیر n و شاخص PS

	-۵۰٪			-۲۵٪			+۲۵٪			+۵۰٪		
	n	TC	PS	n	TC	PS	n	TC	PS	n	TC	PS
θ	۳	۷۱۷۰/۰	۱/۰۹	۳	۷۹۱۶/۵	۱/۰۹	۳	۹۰۱۱/۱	۱/۱۲	۳	۹۴۹۳/۷	۱/۱۲
C'_b	۲	۷۶۴۶/۵	۲/۳۱	۳	۸۱۶۴/۵	۱/۳۹	۴	۸۷۶۷/۴	۰/۶۸	۴	۹۰۱۰/۹	۰/۵۹
C'_v	۵	۷۹۷۳/۲	۰/۵۲	۴	۸۲۵۳/۰	۰/۶۴	۳	۸۷۰۹/۳	۱/۳۹	۲	۸۹۰۱/۴	۱/۶۱
A	۵	۸۰۸۴/۳	۰/۸۲	۴	۸۳۰۸/۳	۰/۹۰	۳	۸۶۶۴/۲	۱/۰۵	۳	۸۸۲۳/۷	۱/۱۳
C	۲	۷۲۴۰/۱	۱/۱۰	۳	۷۹۱۷/۷	۱/۰۰	۴	۹۰۱۳/۶	۰/۸۵	۴	۹۴۷۳/۰	۱/۰۰
D	۳	۵۴۸۸/۴	۱/۳۴	۳	۷۰۶۹/۹	۱/۲۰	۳	۹۸۳۳/۱	۱/۰۲	۳	۱۱۰۹۵	۰/۹۶
P	۳	۸۳۸۰/۶	۰/۹۶	۳	۸۴۶۰/۷	۱/۰۵	۳	۸۵۲۴/۲	۱/۱۳	۳	۸۵۳۹/۹	۱/۱۶
H_v	۵	۸۱۹۸/۳	۰/۶۱	۴	۸۳۶۰/۸	۰/۷۳	۳	۸۶۲۶/۷	۱/۳۷	۳	۸۷۵۰/۱	۱/۴۱
H_b	۳	۸۲۲۱/۱	۱/۳۹	۳	۸۳۶۲/۵	۱/۳۵	۴	۸۶۲۷/۰	۰/۷۵	۴	۸۷۳۳/۶	۰/۶۶

نتیجه گیری

در این تحقیق، یک زنجیره تأمین دوسطحی شامل یک فروشنده و یک خریدار بررسی شد، به طوری که سفارش خریدار در تعدادی محموله با اندازه یکسان ارسال می‌شود. نرخ فساد کالا ثابت در نظر گرفته شده است و برخلاف سایر مقالات که زمان تحویل در آن‌ها صفر است، در این پژوهش زمان تحویل وابسته به نوع وسیله نقلیه در نظر گرفته شده است. با توجه به ویژگی توابع هدف، الگوریتم‌هایی برای حل هر یک از مدل‌های مستقل و یکپارچه ارائه شد. مدل ارائه شده برای صنایعی مناسب است که خریدار و فروشنده برای رسیدن به منافع مشترک با یکدیگر همکاری کنند. هماهنگ‌سازی تصمیمات خریدار و تولیدکننده نسبت به حالتی که هر یک به طور جداگانه تصمیم می‌گیرند، مقرون به صرفه‌تر است، اما با توجه به اینکه سیاست یکپارچه سبب افزایش هزینه‌های خریدار می‌شود، باید از سازوکاری استفاده کرد که منافع حاصل از هماهنگ‌سازی را به طور عادلانه بین اجزا تقسیم کند. مدل ارائه شده ممکن است برای زنجیره‌های تأمین گسترده‌تر شامل سه سطح یا بیشتر یا با افزایش تعداد اجزا در هر سطح زنجیره توسعه یابد.

ضمیمه

فهرست علائم به کاررفته در این پژوهش عبارت‌اند از:

A	هزینه سفارش‌دهی به ازای هر بار سفارش
C	هزینه راه‌اندازی در هر چرخه تولید

C'_b	هزینه فساد هر واحد کالای خریدار
C'_v	هزینه فساد هر واحد کالای فروشنده
D	نرخ تقاضا
H_b	هزینه نگهداری واحد کالا در واحد زمان در انبار خریدار
H_v	هزینه نگهداری واحد کالا در واحد زمان در انبار فروشنده
i	اندیس مرتبط با نوع وسیله نقلیه $i \in \{1,2\}$
L	زمان حمل یک محموله
n	تعداد دفعات ارسال محموله در هر چرخه تولید
P	نرخ تولید
Q	اندازه دسته تولیدی
Q_b	اندازه محموله دریافتی توسط خریدار
Q_v	اندازه محموله ارسالی توسط فروشنده
r	مقدار موجودی خریدار در لحظه سفارش
T_b	مدت چرخه مصرف خریدار
T_d	مدت زمان بدون تولید در چرخه تولید T_v
T_p	مدت زمان تولید در چرخه تولید T_v
T_v	مدت چرخه تولید فروشنده
TC	هزینه کل زنجیره در واحد زمان
V	هزینه حمل واحد کالا
y_i	۱ اگر وسیله نقلیه نوع i انتخاب شود و ۰ در غیر این صورت

علامت یونانی

θ	نرخ فساد محصول
----------	----------------

مراجع

- Glock, C. H. (2012). "The joint economic lot size problem: A review", *International Journal of Production Economics*, Vol. 135, No. 2, PP. 671- 686.
- Goyal, S. (1977). "An integrated inventory model for a single supplier-single customer problem", *International Journal Of Production Research*, Vol. 15, No. 1, PP. 107- 111.
- Banerjee, A. (1986). "A joint economic-lot-size model for purchaser and vendor", *Decision Sciences*, Vol. 17, No. 3, PP. 292-311.
- Goyal, S. K. (1988). "A joint economic-lot-size model for purchaser and vendor: A comment", *Decision Sciences*, Vol. 19, No 1, PP. 236- 241..
- Kim, S. L. and Ha, D. (2003). "A JIT lot-splitting model for supply chain management: Enhancing buyer-supplier linkage", *International Journal of Production Economics*, Vol. 85, No. 1 PP. 1- 10.
- Viswanathan, S. (1998). "Optimal strategy for the integrated vendor-buyer inventory model", *European Journal of Operational Research*, Vol. 105 No. 1, PP. 38- 42.

7. Hill, R. M. (1997). "The single-vendor single-buyer integrated production-inventory model with a generalized policy", *European Journal of Operational Research*, Vol. 97, No3, PP. 493- 499.
 8. Rau, H., Wu, M. Y. and Wee, H. M. (2003). "Integrated inventory model for deteriorating items under a multi-echelon supply chain environment", *International Journal of Production Economics*, Vol. 86, No. 2, PP. 155- 168.
 9. Zhou, Y. W. and Wang, S. D. (2007). "Optimal production and shipment models for a single-vendor–single-buyer integrated system", *European Journal of Operational Research*, Vol. 180, No. 1, PP. 309- 328.
 10. Lo, S. T., Wee, H. M. and Huang, W. C. (2007). "An integrated production-inventory model with imperfect production processes and Weibull distribution deterioration under inflation", *International Journal of Production Economics*, Vol. 106, No. 1, PP. 248- 260.
 11. Tsai, D. M. (2011). "An optimal production and shipment policy for a single-vendor single-buyer integrated system with both learning effect and deteriorating items", *International Journal of Production Research*, Vol. 49, No. 3, PP. 903- 922.
 12. Yan, C., Banerjee, A. and Yang, L. (2011). "An integrated production–distribution model for a deteriorating inventory item", *International Journal of Production Economics*, Vol.133, No. 1, PP. 228- 232.
 13. Sarkar, B. (2012). "A production-inventory model with probabilistic deterioration in two-echelon supply chain management", *Applied Mathematical Modelling*, Vol. 37, No.5, PP. 3138- 3151.
 14. Wang, S. P., Lee, W. and Chang, C. Y. (2012). "Modeling the consignment inventory for a deteriorating item while the buyer has warehouse capacity constraint", *International Journal of Production Economics*, Vol. 138, No. 2, PP. 284- 292.
 15. Hadley, G. and Whitin, T. M. (1963). *Analysis of inventory systems*, Prentice Hall,.
 16. Sajadieh, M. S., Akbari Jokar, M. R. and Modarres, M. (2009). "Developing a coordinated vendor–buyer model in two-stage supply chains with stochastic lead-times", *Computers & Operations Research*, Vol. 36, No. 8, PP. 2484- 2489
-