کنترل موجودی کالاهای فسادپذیر در زنجیرهٔ تأمین حلقهٔ بسته با درنظرگرفتن تقاضای تصادفی

سپیده ظهوری،[۱] بهروز کریمی[۲*]، رضا میهمی[۳]

۱. کارشناس ارشد مهندسی صنایع دانشکدهٔ مهندسی صنایع و سیستم‌های مدیریت، دانشگاه صنعتی امیرکبیر

۲. استاد دانشکدهٔ مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی امیرکبیر

۳. استادیار گروه مهندسی صنایع، دانشگاه بوعلی سینا

(تاریخ دریافت: ۹۴/۱۲/۰۴، تاریخ دریافت روایت اصلاح‌شده: ۹۵/۰۱/۱۶، تاریخ تصویب: ۹۵/۰۸/۲۲)

چکیده

محصولاتی از قبیل ICها، کامپیوترها و گوشی‌های تلفن همراه به‌دلیل رشد فناوری به‌سرعت از رده خارج می‌شوند. این محصولات ازمدافتاده ممکن است دوباره تولید شوند و به بازار بازگردند و به فروش برسند. تعیین سیاست موجودی بهینه برای چنین کالاهایی که در یک زنجیرهٔ تأمین حلقه بسته (زنجیرهٔ تأمینی که در آن مشتری نهایی می‌تواند محصول مصرف‌شده را دوباره از طریق جریان معکوس وارد زنجیره کند و عملیات تولید مجدد با بازیافت برای آن انجام گیرد) جریان دارند، یکی از مسئله‌های مهم در حوزهٔ مدیریت زنجیرهٔ تأمین کالاهای فاسدشدنی به‌شمار می‌رود. در این پژوهش، سیستم موجودی زنجیرهٔ تأمین حلقه بسته با چند چرخهٔ (سیکل) تولید و چند چرخهٔ (سیکل) تولید مجدد و نیز تقاضای تصادفی مطالعه می‌شود. چرخهٔ تولید برای تولید محصول در جریان مستقیم استفاده می‌شود، درحالی‌که چرخهٔ تولید مجدد برای تولید محصولات مصرف‌شده که در جریان معکوس دوباره وارد سیستم می‌شوند و به بازتولید نیاز دارند، استفاده می‌شود. مسئله شامل یک زنجیرهٔ تأمین چهارسطحی؛ خرده‌فروش، تولیدکننده، جمع‌آوری‌کننده و تأمین‌کننده است و کمبود به‌صورت پس‌افت در آن لحاظ شده است. در مدل، تصمیم‌گیری از عناصر پایین‌دستی زنجیرهٔ تأمین (خرده‌فروش به سمت تأمین‌کننده) شروع می‌شود. این پژوهش در سه حالت زیر بسط داده شده است: ۱. یک چرخهٔ تولید، یک چرخهٔ تولید مجدد، ۲. یک چرخهٔ تولید، چند چرخهٔ تولید مجدد و ۳. چند چرخهٔ تولید، یک چرخهٔ تولید مجدد. برای تعیین جواب‌های بهینه، الگوریتمی ابتکاری توسعه داده شده و مثال عددی به‌منظور اثبات کارایی مدل و الگوریتم حل شده است.

واژه‌های کلیدی: تقاضای تصادفی، زنجیرهٔ تأمین حلقه بسته، کالای فسادپذیر، موجودی چند سطحی.

مقدمه

در چند دههٔ اخیر، با توجه به افزایش روزافزون رقابت صنعتی، تنوع کالاها و با افزایش انتظارات مشتریان، شرکت‌ها به این نتیجه رسیده‌اند که برای پیروزی در این رقابت نیاز دارند تا با شرکت‌هایی که با آن‌ها همکاری می‌کنند اعم از تأمین‌کنندگان مواد یا خرده‌فروشان و مشتریان نهایی تعامل برقرار کنند. از این‌رو، رقابت از سطح بین شرکتی به زنجیره‌های تأمین، گسترش و بروز بیشتری پیدا کرده است.

همچنین، با گسترش سریع فناوری، کالاها به‌سرعت با ورود کالای جدید از مد می‌افتند و دیگر قابلیت خود را از دست می‌دهند. از این‌رو، بهتر است برای جلوگیری از اتلاف سرمایه و نیز استفادهٔ مجدد از این نوع کالاهای ازمدافتاده، آن‌ها مجدد وارد چرخهٔ تولید شوند و با انجام‌دادن عملیات تولید مجدد، روانهٔ بازار شوند.

مرور ادبیات

یکی از مسائل درگیر در مدیریت زنجیرهٔ تأمین، تعیین سطح مناسب موجودی در هر رده است. تعیین‌کردن مقدار سفارش، انتخاب تأمین‌کننده‌ها و بهترین زمان برای قراردادن سفارش، بسیار مهم است. برای به‌دست‌آوردن سیاست بهینهٔ موجودی که به‌طور همزمان میزان سفارش، زمان آن و تأمین‌کنندهٔ مورد نظر را تعیین می‌کند،

* نویسندهٔ مسئول: تلفن: ۰۲۱۶۴۵۴۵۳۷۴ فاکس: ۰۲۱۶۶۹۵۴۵۶۹ Email: b.karimi@aut.ac.ir

هزینه‌های معمول سفارش‌دهی، هزینه‌های خرید و هزینه‌های نگهداری باید درنظر گرفته شوند [۱].

بسیاری از شرکت‌ها، تمرکز خود را بر معکوس زنجیرهٔ تأمین به‌منظور برآورده‌کردن قوانین/ نگرانی‌های محیط‌زیستی و مسئولیت اجتماعی قرار دادند. تولیدکنندگان اغلب می‌کوشند تا محصولات استفاده‌شدهٔ خود را از طریق تولید مجدد، بازیافت کنند. تولید مجدد محصولات از قبیل تبدیل کالاهای استفاده‌شده به محصولات قابل‌رقابت در بازار مانند نوکردن، تعمیر و به‌روزرسانی مزایای شایان‌توجهی دارد [۲]. اسچاردی [۳] اولین نویسنده‌ای بود که یک مدل قطعی با نرخ تولید آنی برای تولید و تولید مجدد پیشنهاد داد. چانگ و همکاران [۴] یک مدل حلقه بسته با یک چرخهٔ تولید و یک چرخهٔ تولید مجدد را توسعه دادند. جابر و سعدانی [۵] یک سیستم موجودی تولید و تولید مجدد را تحت شرایط فروش ازدست‌رفته توسعه دادند. ویدیادانا و ویی [۶] یک مدل کمی تولید اقتصادی را برای کالاهای فسادپذیر با راه‌اندازی تولید دوگانه و دوباره‌کاری و سپس با درنظرگرفتن مدل موجودی خریدار-فروشنده با سفارش تحویل قطعی و دردسترس‌نبودن تصادفی ماشین و فروش ازدست‌رفته توسعه دادند.

چانگ و همکاران [۴] یک سیستم موجودی زنجیرهٔ تأمین حلقه بسته را تحلیل می‌کنند. به‌علاوه، جریان رو به جلوی سنتی، مدل کالاهای استفاده‌شدهٔ برگشتی به یک تجهیز نگهداری را که در آنجا نگهداری می‌شوند، تولید مجدد می‌شوند و سپس به خرده‌فروش حمل می‌شوند تا به فروش برسند، بررسی می‌کنند. سیاست بهینهٔ پیشنهادشده برای یک سیستم موجودی دو رده‌ای با تولید مجدد، از طریق یکپارچه‌کردن وابستگی تأمین‌کننده، تولیدکنندهٔ خرده‌فروش و عامل سوم جمع‌آوری (جمع‌آوری‌کننده) توسعه داده شده است. یانگ و همکاران [۲] یک مدل زنجیرهٔ تأمین حلقه بسته با چهار سطح را برای کالاهای فسادپذیر توسعه دادند.

آلیو و بوکاس [۷]، پاکالا و آچاری [۸] و شاه [۹] مدل‌های موجودی را برای کالاهای فسادپذیر با تقاضای تصادفی توسعه دادند. آگون و همکاران [۱۰] و بنخروف و همکاران [۱۱] مدل‌های موجودی با پرش تصادفی را برای کالاهای فسادپذیر ارائه کردند و سیاست کنترل بهینه را برای آن توسعه دادند. چن و لوی [۱۲] یک مدل مرور دوره‌ای برای یک نوع محصول را بررسی کردند که در آن تصمیمات قیمت‌گذاری و تولید و موجودی همزمان لحاظ شده است و تقاضا در دوره‌های زمانی مختلف، مقداری تصادفی است که در دوره‌های مختلف مستقل از یکدیگرند و تابع توزیع آن‌ها براساس قیمت محصول است. ژانگ و همکاران [۱۳] نیز یک مدل موجودی و قیمت‌گذاری توأم را با استفاده از تابع تقاضای تصادفی توسعه دادند. میهمی و کریمی [۱۴] مدلی برای تعیین قیمت بهینهٔ فروش و سیاست بازپرسازی برای کالاهای فسادپذیر ارائه دادند که در آن تابع تقاضا تصادفی و وابسته به قیمت و کمبود به‌صورت پاره‌ای پس‌افت درنظر گرفته شد.

بسیاری از محققان، مسائل موجودی برای کالاهای فسادپذیر را به‌طور گسترده بررسی کرده‌اند. تحقیق در این زمینه با پژوهش ویتین [۱۵] شروع شد که فسادپذیری کالاهای مد را در پایان دورهٔ مشخص‌شدهٔ انبارش درنظر گرفت. قاره و اسچرادر [۱۶] خراب‌شدن موجودی به‌صورت نمایی را برای اولین‌بار توسعه دادند. آن‌ها مشاهده کردند محصولات مشخصی در طول زمان با یک نسبتی که از طریق تابع نمایی منفی نسبت به زمان تخمین زده می‌شوند، کوچک می‌شوند. این مشاهدات به مدل‌سازی کالاهای موجودی با فرایند خراب‌شدن از طریق معادلات دیفرانسیلی منجر شد.

$$\frac{dI_r(t)}{dt} + \theta I_r(t) = -d \qquad (1)$$

که در آن، θ نرخ خرابی ثابت، $I(t)$ سطح موجودی در زمان t و $f(t)$ نرخ تقاضا در زمان t است.

آیانگ و همکاران [۱۷] یک مدل موجودی برای کالاهای فسادپذیر با امکان تأخیر در پرداخت ارائه کردند. یانگ و همکاران [۱۸] یک مدل موجودی برای کالاهای فسادپذیر با تقاضای وابسته به قیمت را توسعه دادند. میهمی و نخعی [۱۹] یک مدل موجودی و قیمت‌گذاری توأم را برای کالاهای فسادپذیر با تقاضای وابسته به قیمت و زمان و درنظرگرفتن کمبود پیشنهاد دادند.

وی و همکاران [۲۰] سیاست بازپرسازی بهینه را برای زنجیرهٔ تأمین کالای سبز فاسدشدنی شامل یک

تأمین‌کننده و یک خریدار درنظر گرفتند. در این تحقیق از سیاست موجودی VMI استفاده شد. در پژوهش یادشده، یک تحلیل هزینه-فایده برای محصولات الکترونیکی سبز انجام گرفته است و نتایج آن نشان می‌دهد قیمت فروش، نرخ فاسدشدن، هزینۀ نگهداری، نرخ بازگشت محصول و کیفیت تولید اثری چشمگیر بر مدل دارند.

سازور و همکاران [۲۱] یک مدل دوسطحی برنامه‌ریزی احتمالی را برای تعیین سیاست بازپرسازی در یک زنجیرۀ تأمین دوسطحی حلقه بسته پیشنهاد کردند. در این پژوهش، تقاضا به‌صورت احتمالی و براساس سناریوهای مختلفی توسعه داده شده است. همچنین، مسئلۀ آثار محیطی و تعیین بهترین وسیلۀ حمل‌ونقل درنظر گرفته شده است. مدل مسئله برای یک نمونۀ واقعی از صنعت دارو در کشور فرانسه حل شده است. موسوی و همکاران [۲۲] تعیین سیاست موجودی برای یک زنجیرۀ تأمین سه‌سطحی را در حالتی بررسی کردند که سیاست تأخیر در پرداخت‌ها و مسئلۀ نرخ بهرۀ تنزیلی در مسئله وجود داشته باشند. نتایج این مطالعه نشان داد هماهنگی بین تصمیمات مالی و موجودی موجب کاهش شایان توجه هزینه‌های سیستم می‌شود. کاپور [۲۳] مسئلۀ کنترل موجودی کالاهای فاسدشدنی غیرآنی را در حالتی درنظر گرفت که تقاضا وابسته به قیمت و زمان بود.

تات و همکاران [۲۴] مسئلۀ کنترل موجودی کالاهای فاسدشدنی غیرآنی را با سیاست مدیریت موجودی توسط فروشنده (VMI) درنظر گرفتند. چاکرابورتی و همکاران [۲۵] سیاست کنترل موجودی برای یک زنجیرۀ تأمین دوسطحی چندمحصولی کالاهای فاسدشدنی را مد نظر قرار دادند. در این پژوهش، نرخ فاسدشدن ثابت اما تابع تقاضا وابسته به سطح موجودی درنظر گرفته شد. همچنین، در مسئله سیاست دورۀ اعتباری و هزینۀ حمل‌ونقل لحاظ شد. برای مدل‌سازی مسئله از رویکرد فازی استفاده شد. قیامی و ویلیامز [۲۶] یک زنجیرۀ دوسطحی شامل یک تولیدکننده و چندین خریدار را برای کالاهای فاسدشدنی درنظر گرفتند. نوآوری اصلی این پژوهش نسبت به کارهای پیشین، درنظرگرفتن محدودیت ظرفیت تولید برای تولیدکننده است.

گیتا و اوتیکومار [۲۷] مسئلۀ تعیین اندازۀ سفارش برای کالاهای فاسدشدنی غیرآنی را در حالتی درنظر گرفتند که تقاضا وابسته به قیمت و تبلیغات بود. میهمی و همکاران [۲۸] سیاست بهینۀ کنترل موجودی برای کالاهای فاسدشدنی را با درنظرگرفتن سیاست دورۀ اعتباری و تقاضا و نرخ فاسدشدن احتمالی بررسی کردند.

بای و همکاران [۲۹] مسئلۀ هماهنگی در زنجیرۀ تأمین کالاهای فاسدشدنی را با درنظرگرفتن تقاضای وابسته به چندین فاکتور تحلیل کردند. در این پژوهش از قراردادها برای ایجاد هماهنگی در سیستم استفاده شد. سپس اثبات شد که سود زنجیرۀ تأمین در حالتی که هماهنگی وجود داشته باشد و زنجیره به‌صورت متمرکز مدیریت شود، حداقل ۱/۳ بیشتر از حالت غیرمتمرکز است. پریان و اوتیکومار (۲۰۱۶) یک مدل موجودی را بر پایۀ مدل EOQ برای کالاهای فاسدشدنی با درنظرگرفتن نرخ فاسدشدن احتمالی و هزینۀ متغیر راه‌اندازی برای زنجیرۀ تأمین خریدار- فروشنده توسعه دادند.

سارکار و وو [۳۰] مسئلۀ تعیین سیاست موجودی بهینه در زنجیرۀ تأمین کالاهای فاسدشدنی با یک تولیدکننده و چندین خریدار را مطالعه کردند. در این تحقیق، همۀ اعضای زنجیرۀ تأمین برای حداقل‌کردن هزینۀ کل سیستم با هم همکاری می‌کنند. همچنین، هزینه‌ای برای انبار مواد خام اولیه در سیستم موجودی تولیدکننده لحاظ شده است. چن و سارکار [۳۱] یک مدل یکپارچۀ تولید-موجودی را برای زنجیرۀ تأمین شامل یک تولیدکننده و چندین خرده‌فروش توسعه دادند. در این مطالعه، کالاهای فاسدشدنی درنظر گرفته شد و همچنین سیاست تحویل به مشتری براساس رویکرد JIT در مدل لحاظ شد.

الجازر و همکاران [۳۲] مسئلۀ سیاست تأخیر در پرداخت‌ها را برای یک مسئلۀ زنجیرۀ تأمین سه‌سطحی درنظر گرفتند. چن و همکاران [۳۳] مسئلۀ تعیین سیاست بازپرسازی را برای محصولات کشاورزی در یک زنجیرۀ تأمین چندسطحی بررسی کردند. در این پژوهش، تقاضا به‌صورت احتمالی فرض شد و از رویکرد سیستم دینامیک برای مدل‌سازی و حل مسئله بهره گرفته شد. نوآوری شایان‌توجه این تحقیق در استفاده از رویکرد شبیه‌سازی

سیستم دینامیک و مقایسهٔ آن با رویکردهای ریاضی و تحقیق در عملیاتی بود. نتایج پژوهش یادشده نشان داد استفاده از رویکرد پیشنهادی به کاهش ۱۶/۲۷ درصدی در هزینهٔ کل زنجیرهٔ تأمین منجر می‌شود.

همان‌گونه که گفته شد، در سال‌های اخیر به‌دلیل پیشرفت فناوری، بازارهای رقابتی شدید و مشتریان سخت‌گیر، کالاها اغلب طول عمری کوتاه دارند؛ به بیان دیگر، در حالت کلی فاسدشدنی هستند. با توجه به اینکه این‌گونه اقلام به‌طور گسترده در جوامع استفاده می‌شوند، مطالعه در زمینهٔ این کالاها و تعیین سیاست بهینهٔ موجودی که موجب کاهش هزینه‌ها و افزایش سوددهی زنجیره شود اهمیت زیادی دارد. همچنین، در پژوهش‌های اندکی زنجیرهٔ تأمین رو به جلو و برگشتی به‌طور همزمان بررسی شده است. در این پژوهش، تلاش می‌شود کنترل موجودی کالاهای فسادپذیر در یک زنجیرهٔ تأمین حلقه بستهٔ چهارسطحی صورت گیرد که در آن علاوه‌بر خرده‌فروش و تولیدکننده، تأمین‌کننده و جمع‌آوری‌کننده نیز درنظر گرفته شده است.

در شرایط واقعی، هیچ‌گاه تقاضا به‌صورت قطعی اتفاق نمی‌افتد و همواره نوساناتی در تقاضاهای رسیده به سیستم وجود دارد. از این‌رو، در تحقیق حاضر سعی شده است با شبیه‌سازی واقعیت و نزدیک‌ترشدن به آن، تقاضا در مدل به‌صورت تصادفی درنظر گرفته شود.

سیستم موجودی به این‌صورت است که ابتدا مواد اولیه از تأمین‌کننده به تولیدکننده منتقل می‌شود. سپس تولیدکننده، کالای نهایی را به خرده‌فروش تحویل می‌دهد و درنهایت کالا به دست مشتری می‌رسد. در جریان برگشتی، کالاهای مرجوعی، توسط جمع‌آوری‌کننده انباشته می‌شود و مجدداً به تولیدکننده ارسال می‌شود تا در چرخهٔ تولید مجدد قرار بگیرد. در سیستم بیان‌شده، فاسدشدن در همهٔ سطح‌های زنجیرهٔ تأمین رخ می‌دهد.

درادامه، ابتدا مسئله مدل‌سازی می‌شود و سپس الگوریتمی برای به‌دست‌آوردن جواب‌های بهینهٔ مدل توسعه می‌یابد. درنهایت، مثالی عددی برای اثبات کارایی مدل و الگوریتم بیان‌شده، ارائه می‌شود.

فرمول‌سازی مسئله

با توجه به مبحث قبل، در مدل پیش رو یک زنجیرهٔ تأمین حلقه بسته با چهار سطح تأمین‌کننده، تولیدکننده، خرده‌فروش و جمع‌آوری‌کننده درنظر گرفته شده است. تقاضا به‌صورت تصادفی در مدل لحاظ شده است و کمبود به‌صورت پس‌افت مجاز است.

مفروضات مسئله

۱. تقاضای محصول تصادفی و نرخ بازگشت محصول ثابت و کمتر از میانگین تقاضاست.

۲. یک تأمین‌کننده، یک تولیدکننده، یک خرده‌فروش و یک جمع‌آوری‌کننده در سیستم موجودی چندسطحی زنجیرهٔ تأمین حلقه بسته درنظر گرفته شده است.

۳. چند چرخهٔ تولید و چند چرخهٔ تولید مجدد درنظر گرفته شده است.

۴. محصولات تولید مجددشده کاملاً قابل‌رقابت با محصولات تولیدشده هستند.

پارامترهای مدل

خرده‌فروش

نرخ ثابت تقاضا	D
یک متغیر غیرمنفی و پیوسته تصادفی است با $E(\varepsilon)=\mu$(تابع توزیع متغیر تصادفی ε، معین و مستقل از زمان است)	ε
تابع تقاضا	$D+\varepsilon$
هربار هزینهٔ سفارش‌دهی	A_r
درصد هزینهٔ نگهداری سالانه به‌ازای هر واحد پول	F_r
قیمت خرده‌فروش برای مصرف‌کنندهٔ نهایی	P_e
قیمت عمده‌فروشی برای خرده‌فروش	P_r
چرخهٔ زمانی سفارش‌دهی	T_r
زمانی‌که سطح موجودی به صفر می‌رسد	t_0
هزینهٔ کل سالانه (کل سود)	TC_r

تولیدکننده

هزینهٔ راه‌اندازی هربار تولید (تولید مجدد)	$A_M\ (A_R)$

هزینهٔ سفارش‌دهی برای انبار مواد اولیه (کالای استفاده‌شده)	A_{Mw} (A_{Rw})
هزینهٔ ثابت برای پردازش سفارش خریدار در هر اندازه	M
درصد هزینهٔ نگهداری سالیانه به‌ازای هر واحد پول برای کالای نهایی (مواد اولیه / کالای استفاده‌شده)	$F_M(F_{Mw}/F_{Rw})$
هزینهٔ خرید هر واحد برای تأمین‌کننده (جمع‌آوری‌کننده)	$P_M(P_R)$
دورهٔ تولید مجدد (عدم تولید) در هر چرخهٔ تولید مجدد	T_{R1} (T_{R2})
دورهٔ تولید (عدم تولید) در هر چرخهٔ تولید	T_{M1} (T_{M2})
نرخ تولید (تولید مجدد) جایی‌که $(m_r > \bar{d})$ $m_P > \bar{d}$	m_r (m_p)
تعداد تحویل‌ها در هر چرخهٔ تولید (تولید مجدد) برای خرده‌فروش (متغیر تصمیم)	m (n)
تعداد چرخه‌های تولید (تولید مجدد) در چرخهٔ مدل	P (R)
تعداد تحویل‌ها به خرده‌فروش در این چرخهٔ مدل، درحالی‌که N متغیر صحیح است $N = Rn + Pm$	N
هزینهٔ کل تولید (تولید مجدد) سالیانه	$TC_{Mw}(TC_{Rw})$
هزینهٔ کل سالانه	TC_m

جمع‌آوری‌کننده

نرخ بازگشت سالانه	u
هزینهٔ راه‌اندازی برای هربار اجرا برای جمع‌آوری‌کننده	A_c
درصد هزینهٔ نگهداری سالانه به‌ازای هر واحد پول	F_c
هزینهٔ هر واحد بازگشتی	P_c
تعداد تحویل‌ها در بازهٔ T_{r1} به تولیدکننده (متغیر تصمیم)	k
هزینهٔ ثابت پردازش سفارش تولیدکننده در هر اندازه	A_{cm}
هزینهٔ کل سالانه	TC_c

تأمین‌کننده

هزینهٔ ثابت برای هربار سفارش	A_S
درصد هزینهٔ نگهداری مواد به‌ازای هر واحد پول در سال	F_S
هزینهٔ خرید هر واحد	P_S
تعداد تحویل‌ها در بازهٔ T_{M1} به تولیدکننده (متغیر تصمیم)	l
هزینهٔ ثابت برای پردازش سفارش تولیدکننده	A_{sm}
هزینهٔ کل در واحد زمان	TC_S

سایر پارامترها

نرخ فسادپذیری برای هر کالای نهایی	θ
نرخ فسادپذیری برای هر مادهٔ اولیه و کالای استفاده شده	θ_1

مدل مسئله

حال با توجه به رابطهٔ ۱ و با درنظرگرفتن تقاضای تصادفی به‌جای نرخ ثابت از رابطهٔ زیر استفاده شده است:

$$\frac{dI_r(t)}{dt} + \theta I_r(t) = -(\mathrm{D}+\varepsilon) \qquad 0 \le t \le t_0 \qquad (۲)$$

و در بازه‌ای که کمبود وجود دارد، سطح موجودی از رابطهٔ ۳ محاسبه می‌شود:

$$\frac{dI_r(t)}{dt} = -(\mathrm{D}+\varepsilon) \qquad t_0 \le t \le T_r \qquad (۳)$$

سطح موجودی تولیدکننده در بازهٔ تولیدی به‌صورت معادله ۴ و در بازهٔ تولید مجدد به‌صورت معادلهٔ ۵ است:

$$\frac{dI_{R1}(t)}{dt} + \theta I_{R1}(t) = m_r - (\mathrm{D}+\varepsilon) \qquad 0 \le t \le T_{R1} \qquad (۴)$$

$$\frac{dI_{R2}(t)}{dt} + \theta I_{R2}(t) = -(D+\varepsilon) \qquad 0 \le t \le T_{R2} \qquad (۵)$$

با توجه به شرایط مرزی زیر:

$I_{R1}(t) = \alpha, \quad t = 0; I_{R2}(t) = \alpha, \quad t = T_{R2}$ و $I_{R1}(T_{R1}) = I_{R2}(0)$.

براساس اسپیگل [۳۴]، معادله‌های دیفرانسیل ۲ تا ۴ به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$I_r(t)=\frac{(D+\varepsilon)}{\theta}\left[\exp\left(\theta(t_0-t)\right)-1\right] \qquad 0\le t\le t_0 \tag{۶}$$

$$I_{R1}(t)=\frac{m_r-(D+\varepsilon)}{\theta}(1-\exp(-\theta t))+\alpha \qquad 0\le t\le T_{R1} \tag{۷}$$

$$I_{R2}(t)=\frac{(D+\varepsilon)}{\theta}(\exp(\theta \mathrm{T}_{R2}-\mathrm{t})-1)+\alpha \qquad 0\le t\le T_{R2} \tag{۸}$$

که کل موجودی محصول در $t=0$ برابر α است و از رابطهٔ ۹ به‌دست می‌آید:

$$\alpha=\frac{(\mathrm{D}+\varepsilon)^2 T_r(2+\theta T_r)}{2m_r} \tag{۹}$$

و در بازهٔ کمبود، میزان کمبود به‌صورت رابطهٔ ۱۰ است:

$$s(t)=-I(t)=(\mathrm{D}+\varepsilon)(t-t_0) \qquad t_0\le t\le T_r \tag{۱۰}$$

با استفاده از میسرا [۳۵]، T_{R1}،T_R،T_{M1} و T_M به صورت روابط زیر خواهند بود:

$$T_{R1}\approx\frac{(D+\varepsilon)T_{R2}(2+\theta T_{R2})}{2(\mathrm{m}_r-(D+\varepsilon))} \tag{۱۱}$$

و براساس $T_R=T_{R1}+T_{R2}$، داریم:

$$T_R\approx\frac{T_{R2}(2m_r+(D+\varepsilon)\theta T_{R2})}{2(\mathrm{m}_r-(D+\varepsilon))} \tag{۱۲}$$

و به‌طور مشابه

$$T_{M1}\approx\frac{(D+\varepsilon)T_{M2}(2+\theta T_{M2})}{2(\mathrm{m}_p-(D+\varepsilon))} \tag{۱۳}$$

$$T_M\approx\frac{T_{M2}(2m_p+(\mathrm{D}+\varepsilon)\theta \mathrm{T}_{M2})}{2(m_p-(D+\varepsilon))} \tag{۱۴}$$

مقدار سفارش تحویل‌داده‌شده به خرده‌فروش در $t=0$ برابر $I_r(0)$ است.

$$E(I_r(0))=\frac{(D+\mu)}{\theta}(e^{\theta T_r}-1)\approx\frac{(\mathrm{D}+\mu)}{\theta}(\theta T_r+\frac{1}{2}\theta^2T_r^2)=\frac{(D+\mu)T_r(2+\theta T_r)}{2} \tag{۱۵}$$

میانگین سطح موجودی خرده‌فروش ($\overline{I_r}$) برابر است:

$$E(\overline{I_r})=\frac{1}{T_r}\int_0^{t_0}\mathrm{I}_r(t)dt=\frac{(D+\mu)}{T_r\theta^2}[-1-\theta t_0+\exp(\theta t_0)]\approx\frac{(\mathrm{D}+\mu)}{T_r}(\frac{1}{2}t_0^2+\frac{1}{6}t_0^3) \tag{۱۶}$$

هزینهٔ کل خرده‌فروش

کل هزینهٔ خرده‌فروش (TC_r) از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$E(TC_r)=\frac{A_r}{T_r}+(F_r+\theta)p_r\overline{I_r}(t)+\frac{p_r(\mathrm{I}_r(0)+S)}{T_r} \tag{۱۷}$$

در رابطهٔ ۱۷، هزینه‌ها به‌ترتیب شامل هزینهٔ سفارش‌دهی، نگهداری، فسادپذیری و هزینهٔ خرید محصولات است. میانگین سطح موجودی تولیدکننده ($\overline{\mathrm{I}_\mathrm{m}}$) از رابطهٔ ۱۸ به‌دست می‌آید.

$$\begin{aligned}E(\overline{I_m})&=\frac{1}{(m+n)\mathrm{T}_r}(\mathrm{R}\left[\int_0^{T_{R1}}I_{R1}(t)dt+\int_0^{T_{R2}}I_{R2}(t)dt\right]+\\&P\left[\int_0^{T_{M1}}I_{M1}(t)dt+\int_0^{T_{M2}}I_{M2}(t)\right])-\overline{I_r}\approx\frac{1}{(m+n)\mathrm{T}_r}(\frac{R}{2}((m_r-\\&(D+\mu))T_{R1}{}^2+(D+\mu)T_{R2}{}^2+\frac{(D+\mu)^2T_r(2+\theta T_r)(T_{R1}+T_{R2})}{m_r})\\&+\frac{P}{2}((m_p-(D+\mu)T_{M1}{}^2+(D+\mu)\mathrm{T}_{M2}{}^2+(D+\mu)\mathrm{T}_{M2}{}^2+\\&\frac{(D+\mu)^2T_r(2+\theta T_r)(\mathrm{T}_{M1}+T_{M2})}{m_p}))-\overline{I_r}\end{aligned} \tag{۱۸}$$

هزینهٔ کل تولیدکننده

کل هزینهٔ تولیدکننده (TC_m) برابر رابطهٔ ۱۹ است. در رابطهٔ ۱۹، قسمت اول هزینهٔ سفارش‌دهی کالاهای استفاده‌شده، هزینهٔ نگهداری و هزینهٔ فسادپذیری و هزینهٔ خرید آن‌هاست. قسمت دوم هزینهٔ سفارش‌دهی، هزینهٔ نگهداری و هزینهٔ فسادپذیری و هزینهٔ خرید مواد اولیه است. قسمت سوم هزینهٔ نگهداری و هزینهٔ فسادپذیری کالاهای نهایی است. متوسط موجودی جمع‌آوری‌کننده در معادلهٔ ۱۹ نشان داده می‌شود:

$$\begin{aligned}\overline{I_c}&\approx\frac{-kRm_rl_R{}^2(1+\frac{1}{3}\theta_1 l_R)}{2T}+\\&\frac{u}{2T}(T_{R2}+mPT_r)(2l_R+T_{R2}+mPT_r)+\\&\frac{R(\mathrm{m}_r-u)T_{R1}{}^2+(R-1)uT_{R2}{}^2}{2T}+\\&\frac{ul_R(2-\theta_1 l_R)(\mathrm{RT}_R-T_{R2})}{2T}+\\&\frac{R(\mathrm{R}-1)\mathrm{T}_R}{4T}[(m_1-u)T_{R1}(2+\theta_1T_{R1})-uT_{R2}(2-\theta_1T_{R2})]\end{aligned} \tag{۱۹}$$

هزینهٔ کل جمع‌آوری‌کننده

کل هزینهٔ جمع‌آوری‌کننده در هر واحد زمان برابر با رابطهٔ ۲۰ است.

$$TC_c=P_c(F_c+\theta_1)\bar{I}_c+\frac{A_c+RkA_{cm}}{T}+uP_c \tag{۲۰}$$

اولین قسمت در رابطهٔ ۲۰، هزینهٔ نگهداری و هزینهٔ

فسادپذیری جمع‌آوری‌کننده است. قسمت دوم هزینهٔ راه‌اندازی است. قسمت سوم هزینهٔ جمع‌آوری است.

میانگین سطح موجودی تأمین‌کننده ($\overline{I_s}$) برابر است با:

$$\overline{I_s} = P\left[\int_0^{T_{M1}} I_5(t)dt\right]/T - \overline{I_{Mw}} \approx \frac{Pm({T_{M1}}^2 - l{l_M}^2(1+\frac{1}{3}\theta_1 l_M))}{2T} \quad (۲۱)$$

هزینهٔ کل تأمین‌کننده

کل هزینهٔ تأمین‌کننده در واحد زمان برابر است با:

$$TC_s = P_s\left(F_s+\theta_1\right)\bar{I}_s + \frac{P\left(A_c + lA_{sm}\right)}{T} + \frac{PP_s m_p T_{M1}(2+\theta_1 T_{M1})}{2T} \quad (۲۲)$$

در رابطهٔ ۲۲، قسمت اول هزینهٔ نگهداری و هزینهٔ فسادپذیری تأمین‌کننده است؛ قسمت دوم، هزینهٔ راه‌اندازی و قسمت سوم، هزینهٔ خرید است.

الگوریتم حل

در این مدل، اجزای زنجیرهٔ تأمین مستقل از یکدیگر تصمیم‌گیری می‌کنند؛ بنابراین، تولیدکننده و خرده‌فروش هرکدام به‌صورت مجزا مقادیر بهینهٔ خود را براساس الگوریتم محاسبه می‌کنند.

۱. ابتدا از تابع هزینهٔ خرده‌فروش نسبت به T_r مشتق گرفته و عبارت حاصل برابر صفر قرار داده می‌شود و مقدار T_r از آن به‌دست می‌آید. مقدار T_r در رابطهٔ ۲۳ جای‌گذاری می‌شود.

۲. مقدار $P=1$ و سپس از قسمت هزینه‌های راه‌اندازی و نگهداری تولیدکننده (قسمت آخر معادلهٔ ۲۳) نسبت به سه متغیر n، m، R به‌صورت مستقل مشتق گرفته و عبارات حاصل برابر صفر قرار داده می‌شود. نتیجه یک دستگاه ۳ معادله و ۳ مجهول است که از حل آن، مقادیر سه متغیر بیان‌شده به‌دست می‌آید. مقادیر حاصل به بالا یا پایین گرد می‌شود.

۳. از قسمت هزینه‌های کالاهای استفاده‌شده تابع هزینهٔ تولیدکننده (قسمت دوم معادلهٔ ۲۳) نسبت به متغیر k مشتق گرفته می‌شود. عبارت حاصل مساوی صفر قرار داده می‌شود و از حل آن مقدار k به‌دست می‌آید. این مقدار به بالا یا پایین گرد می‌شود.

۴. از قسمت هزینه‌های مواد اولیه تابع هزینهٔ تولیدکننده (قسمت اول معادلهٔ ۲۳) نسبت به متغیر l مشتق گرفته می‌شود. عبارت حاصل برابر صفر و از حل آن l به‌دست می‌آید. مقدار حاصل به بالا یا پایین گرد می‌شود.

$$\begin{aligned} E(TC_m(\mathrm{P,R,l,k,N})) = & \left[\frac{RkA_{Rw}}{T} + \frac{P_R(F_{Rw}+\theta_1)kRm_r{l_R}^2(1+\frac{1}{3}\theta_1 l_R)}{2T} + \frac{RkP_R m_r l_R(2+\theta_1 l_R)}{2T}\right] + \\ & + \left[\frac{PlA_{Mw}}{T} + \frac{P_M(F_{Mw}+\theta_1)Plm_p{l_M}^2(1+\frac{1}{3}\theta_1 l_M)}{2T} + \frac{m_p PP_M l_M l(2+\theta_1 l_M)}{2T}\right] \\ & + \left\{\frac{PA_M + RA_R + (nR+mP)M}{(nR+mP)T_r} + \left[\frac{(\mathrm{F}_M+\theta)(P_R Rn + P_M Pm)}{(\mathrm{nR+mP})}\right]\overline{I_m}\right\} \end{aligned} \quad (۲۳)$$

۵. با بررسی شرایط زیر، جواب بهینهٔ محلی مسئله به‌دست می‌آید:

$$TC(P^*,R^*,k^*,l^*,N^*-1) \ge TC(P^*,R^*,k^*,l^*,N^*) \le TC(P^*,R^*,k^*,l^*,N^*+1) \quad (۲۴)$$

$$TC(P^*,R^*,k-1^*,l^*,N^*) \ge TC(P^*,R^*,k^*,l^*,N^*) \le TC(P^*,R^*,k^*+1,l^*,N^*) \quad (۲۵)$$

$$TC(P^*,R^*,k^*,l-1^*,N^*) \ge TC(P^*,R^*,k^*,l^*,N^*) \le TC(P^*,R^*,k^*,l^*+1,N^*) \quad (۲۶)$$

$$TC(P^*,R^*-1,k^*,l^*,N^*) \ge TC(P^*,R^*,k^*,l^*,N^*) \le TC(P^*,R^*-1,k^*,l^*,N^*) \quad (۲۷)$$

۶. مقدار $R = 1$ و مراحل ۲ تا ۵ دوباره انجام می‌گیرد و جواب بهینهٔ محلی مسئله با بررسی رابطهٔ ۲۴ تا ۲۶ و معادلهٔ ۲۸ به‌دست می‌آید:

$$TC(P^*-1,R^*,k^*,l^*,N^*) \le TC(P^*,R^*,k^*,l^*,N^*) \ge TC(P^*+1,R^*,k^*,l^*,N^*) \quad (۲۸)$$

۷. حال با توجه به جواب‌های حاصل از دو گام ۵ و ۶، پاسخ با هزینهٔ کمتر به‌عنوان مقدار بهینه به‌دست می‌آید.

مثال عددی

برای روشن‌شدن روش حل و بررسی نتایج یک مثال عددی آورده شده است. به‌این‌منظور، از مثال عددی که در پژوهش یانگ (۲۰۱۱) به‌کار رفته است، با اندکی تغییرات، استفاده می‌شود. توابع و پارامترها به‌صورت زیر هستند:

$$\begin{aligned}
&D=1800, \varepsilon=N(200,30), \mathrm{A}_r=100, F_r=0.3, P_e=175,\\
&P_r=150, A_M=750, A_R=500,\\
&\mathrm{A}_{Mw}=350, A_{Rw}=350, M=350,\\
&F_M=0.3, F_{Mw}=0.2, F_{Rw}=0.2, P_M=115,\\
&P_R=110, \mathrm{m}_p=5000, m_r=4000, u=1500,\\
&A_c=250, \mathrm{F}_c=0.1, P_c=70, A_{cm}=150, \mathrm{A}_S=200,\\
&F_S=0.3, P_s=90, A_{sm}=150, \theta=0.08, \theta_1=0.05, \varepsilon=U(70,2)
\end{aligned}$$

با استفاده از نرم‌افزار Mathematica 9.0.1، مقدار بهینه محاسبه شده است که مقادیر در جدول‌های ۱، ۲ و ۳ مشاهده می‌شود. با توجه به پاسخ‌های به‌دست‌آمده از هریک از حالات یک چرخهٔ تولید، یک چرخهٔ تولید مجدد؛ چند چرخهٔ تولید، یک چرخهٔ تولید مجدد و یک چرخهٔ تولید و چند چرخهٔ تولید مجدد و مقایسهٔ آن‌ها، مقدار بهینه با مقادیر زیر به‌دست آمده است.

$P = 1, R = 1, k = 1, l = 1, N = 5, n = 3.75,$
$m = 1.25$

نتیجه‌گیری و تحقیقات آتی

سخت‌گیرشدن مشتریان موجب شده است امروزه در زنجیرهٔ تأمین کالاهای مختلف بخشی از محصولات، کالاهای مرجوعی شوند. مدیریت کالاهای مرجوعی، یکی از چالش‌های مهم در مدیریت موجودی در زنجیرهٔ تأمین به حساب می‌آید. این چالش به‌ویژه زمانی‌که کالا فاسدشدنی باشد، اهمیت بیشتری پیدا می‌کند. به همین دلیل، تعیین سیاست موجودی در زنجیرهٔ تأمین حلقه بسته کالاهای فاسدشدنی از موضوعات مهمی است که محققان در سال‌های اخیر به آن توجه کرده‌اند.

در این پژوهش، مدلی برای تعیین سیاست موجودی در زنجیرهٔ تأمین کالاهای فاسدشدنی شامل تأمین‌کننده، تولیدکننده، جمع‌آوری‌کننده و خرده‌فروش توسعه داده شد. تقاضا در مدل به‌صورت خطی و احتمالی درنظر گرفته شد. بعد از مدل‌سازی مسئله برای اعضای مختلف زنجیرهٔ تأمین، الگوریتمی ابتکاری برای به‌دست‌آوردن جواب‌های بهینه توسعه داده شد. برای اثبات کارایی مدل و الگوریتم ارائه‌شده، مثالی عددی حل شده است.

نتایج مدل نشان می‌دهد درنظرنگرفتن هزینهٔ فاسدشدن در سیستم، موجب خطاهای شایان‌توجه در برنامه‌ریزی موجودی زنجیرهٔ تأمین می‌شود. همچنین، اغلب زنجیره‌های تأمین کالاهای مرجوعی دارند و درنتیجه زنجیرهٔ تأمین آن‌ها باید به‌صورت حلقه بسته باشد و محاسبات مربوط به بهینه‌سازی سیاست‌های موجودی باید با درنظرگرفتن این مسئله انجام گیرد.

پژوهش حاضر از چندین جنبه قابل‌توسعه است. در این تحقیق، تابع تقاضا به‌صورت خطی درنظر گرفته شد. می‌توان آن را به‌صورت نمایی یا خطی وابسته به قیمت و زمان درنظر گرفت. همچنین، در پژوهش می‌توان سیاست‌های مختلف مانند پرداخت‌های معوقه، ارزش زمانی پول یا تبلیغات را لحاظ کرد. درنهایت، استفاده از مدل توسعه‌یافته برای یک نمونهٔ موردی زمینهٔ مناسبی برای تحقیقات آتی است.

جدول ۱. مقادیر بهینه در حالت یک چرخهٔ تولید و یک یا چند چرخهٔ تولید مجدد

	حالت مدل	P	R	k	l	N	n	m	$TC(T_r)$
P=1	یک چرخهٔ تولید-چند چرخهٔ تولید مجدد	۱	۳	۱	۱	۱۷	۶/۳۷۵	۴/۲۵	۶۶۷۷۴۷
	یک چرخهٔ تولید-چند چرخهٔ تولید مجدد	۱	۲	۱	۱	۱۸	۳/۷۵	۴/۵	۶۳۰۴۰۷
	یک چرخهٔ تولید-چند چرخهٔ تولید مجدد	۱	۴	۱	۱	۱۸	۳/۳۷۵	۴/۵	۶۳۹۲۰۲
	یک چرخهٔ تولید-چند چرخهٔ تولید مجدد	**۱**	**۳**	**۱**	**۱**	**۱۶**	**۴**	**۴**	**۶۲۳۸۳۵**
	یک چرخهٔ تولید-چند چرخهٔ تولید مجدد	۱	۳	۱	۱	۱۷	۴/۲۵	۴/۲۵	۶۳۰۴۷۵
	یک چرخهٔ تولید-چند چرخهٔ تولید مجدد	۱	۲	۱	۱	۱۷	۶/۳۷۵	۴/۲۵	۶۲۸۸۴۳
	یک چرخهٔ تولید-چند چرخهٔ تولید مجدد	۱	۴	۲	۱	۱۷	۳/۱۸۸	۴/۲۵	۶۳۲۲۴۳
	یک چرخهٔ تولید-چند چرخهٔ تولید مجدد	۱	۳	۲	۱	۱۶	۴	۴	۶۲۴۸۵۵
	یک چرخهٔ تولید-چند چرخهٔ تولید مجدد	۱	۳	۱	۲	۱۶	۴	۴	۶۲۶۳۱۵

جدول ۲. مقادیر بهینه در حالت یک چرخهٔ تولید مجدد و یک چرخهٔ تولید

	حالت مدل	P	R	k	L	N	n	m	$TC(T_r)$
R=1	یک چرخهٔ تولید-یک چرخهٔ تولید مجدد	۱	۱	۱	۱	۶	۴/۵	۱/۵	۵۷۷۹۸۶
	یک چرخه تولید-یک چرخه تولید مجدد	**۱**	**۱**	**۱**	**۱**	**۵**	**۳/۷۵**	**۱/۲۵**	**۵۷۷۷۵۸**
	یک چرخهٔ تولید-یک چرخهٔ تولید مجدد	۱	۱	۱	۱	۷	۵/۲۵	۱/۷۵	۵۷۹۳۸۵
	یک چرخهٔ تولید-یک چرخهٔ تولید مجدد	۱	۱	۱	۱	۸	۶	۲	۵۸۱۶۶۷
	یک چرخهٔ تولید-یک چرخهٔ تولید مجدد	۱	۱	۱	۱	۹	۶/۷۵	۲/۲۵	۵۸۴۶۷۱
	دو چرخهٔ تولید-یک چرخهٔ تولید مجدد	۲	۱	۱	۱	۸	۶	۱	۵۸۷۴۰۰
	یک چرخهٔ تولید-یک چرخهٔ تولید مجدد	۱	۱	۲	۱	۶	۴/۵	۱/۵	۵۸۰۴۲۰
	یک چرخهٔ تولید-یک چرخهٔ تولید مجدد	۱	۱	۱	۲	۶	۴/۵	۱/۵	۶۲۰۲۲۶

جدول ۳. مقادیر بهینه در حالت یک چرخهٔ تولید مجدد و چند چرخهٔ تولید

	حالت مدل	P	R	k	l	N	n	m	$TC(T_r)$
R=1	**چند چرخهٔ تولید-یک چرخهٔ تولید مجدد**	**۲**	**۱**	**۱**	**۱**	**۸**	**۶**	**۱**	**۵۸۷۴۰۰**
	چند چرخهٔ تولید-یک چرخهٔ تولید مجدد	۳	۱	۱	۱	۷	۳/۲۵	۱/۲۵	۶۳۴۵۰۰
	چند چرخهٔ تولید-یک چرخهٔ تولید مجدد	۴	۱	۱	۱	۶	۲	۱	۶۵۲۵۵۷
	چند چرخهٔ تولید-یک چرخهٔ تولید مجدد	۳	۱	۱	۱	۷	۲/۵	۱/۵	۶۴۶۷۸۹
	چند چرخهٔ تولید-یک چرخهٔ تولید مجدد	۲	۱	۱	۱	۵	۲/۵	۱/۲۵	۵۹۸۷۶۵
	چند چرخهٔ تولید-یک چرخهٔ تولید مجدد	۲	۱	۱	۱	۶	۳	۱/۵	۶۰۴۵۳۷
	چند چرخهٔ تولید-یک چرخهٔ تولید مجدد	۲	۱	۲	۱	۷	۳/۵	۱/۷۵	۶۲۳۷۸۹
	چند چرخهٔ تولید-یک چرخهٔ تولید مجدد	۲	۱	۱	۲	۶	۳/۵	۱/۷۵	۶۲۰۲۲۶

مراجع

1. Guo, C. and Li, X. (2014). “A multi-echelon inventory system with supplier selection and order allocation under stochastic demand”, *Int. J. Production Economics*, Vol. 151, PP. 37- 47.
2. Yang, P. C., Wee, H. M., Chung, S. L., Ho, P. C. (2010). “Sequential and global optimization for a closed-loop deteriorating inventory supply chain”, *Mathematical and Computer Modelling*, Vol. 52, No. 1-2, PP. 161- 176.
3. Schrady, D. A. (1967). “Adeterministic inventory model for repairable items”, *Naval Research Logistics Quarterly*, Vol. 14, No. 3, PP. 391- 398.
4. Chung, S. L., Wee, H. M. and Yang, P. C. (2008). “Optimal policy for a closed-loop supply chain inventory system with remanufacturing”, *Mathematical and Computer Modelling*, Vol. 48, No. 5- 6, PP. 867- 881.
5. Jaber, M. Y. and Saadany, A. M. A. E. (2009). “The production, remanufacture and waste disposal model with lost sales”, *International Journal of Production Economics*, Vol. 120, No. 1, PP. 115- 124.
6. Widyadana, G. A. and Wee, H. M. (2012). “An economic production quantity model for deteriorating items with multiple production setups and rework”, *International Journal of Production Economics*, Vol. 138, No. 1, PP. 62– 67.
7. Aliyu, M. D. S. and Boukas, E. K. (1998). “Discrete-time inventory models with deteriorating items”, *International Journal of Systems science*, Vol. 29, No. 9, PP. 1007- 1014.
8. Pakkala, T. P. M. and Achary, K. K. (1991). “A two warehouse probabilistic order level inventory model for deteriorating items”, *Journal of Operational Research Society*, Vol. 42, No. 12, PP. 1117- 1122.
9. Shah, N. H. (1998). “A discrete-time probabilistic inventory model for deteriorating items under a known price increase”, *International Journal of Systems Science*, Vol. 29, No. 8, PP. 823- 827.
10. Aggoun, L., Benkherouf, L. and Tadj, L. (2000). “Stochastic Jump inventory model with deteriorating items”, *Stochastic Analysis and Applications*, Vol. 18, No. 1, PP. 1- 10.
11. Benkherouf, L., Aggoun, L. and Tadj, L. (1999). “On the optimal EOQ for a stochastic jump inventory model with deteriorating items”, *Journal of Statistical Research*, Vol. 33, No. 1, PP. 1- 8.
12. Chen X., and Simchi Levi, D. (2004). “Coordinating inventory control and pricing strategies with random demand and fixed ordering cost the finite horizon case”, *Operations Research*, Vol. 52, No. 6, PP. 887–896.
13. Zhang J. L., Chen J. and Lee C. Y. (2008). “Joint optimization on pricing, promotion and inventory control with stochastic demand”, *Int J Prod Econ*. Vol. 116, No. 2, PP. 190– 198.
14. Maihami, R. and Karimi, B. (2014). “Optimizing the pricing and replenishment policy for non-instantaneous deteriorating items with stochastic demand and promotional efforts”, *Computers & Operations Research*, Vol. 51, PP. 302– 312.
15. Whitin, T. M. (1957). *Theory of inventory management*, *Princeton University Press*, Princeton, NJ.
16. Ghare, P. N. and Schrader, G. F. (1963). “A model for exponentially decaying inventories”, *Journal of Industrial Engineering*, Vol. 15, PP. 238- 243.
17. Ouyang, L. Y., Wu, K. S. and Yang, C. T. (2006). “A study on an inventory model for non- instantaneous deteriorating items with permissible delay inpayments”, *Comput Ind Eng*, Vol. 51, No. 4, PP. 637– 651.
18. Yang, C., Te, Quyang, L. Y. and Wu, H. H. (2009). “Retailers optimal pricing and ordering policies for Non-instantaneous deteriorating items with price-dependent demand and partial backlogging”, *Math Prob Eng*, Vol. 2009.
19. Maihami, R. and Nakhai, I. (2012). “Joint pricing and inventory control for non- instantaneous deteriorating items with partial backlogging and time and price dependent demand”, *Int J Prod Econ*, Vol. 136, No. 1, PP. 116– 122.
20. Wee, H. M., Lee, M. C., Yu, J. C. P. and Edward Wang, C. (2011). "Optimal replenishment policy for a deteriorating green product: Life cycle costing analysis", *International Journal of Production Economics*, Vol. 133, No. 2, PP. 603- 611.
21. Sazvar, Z., Mirzapour Al-e-hashem, S. M. J., Baboli, A. and Akbari Jokar, M. R. (2014). "A bi-objective stochastic programming model for a centralized green supply chain with deteriorating products", *International Journal of Production Economics*, Vol. 150, No. 0, PP. 140- 154.
22. Moussawi-Haidar, L., Dbouk, W., Jaber, M. Y. and Osman, I. H. (2014). "Coordinating a three-level supply chain with delay in payments and a discounted interest rate", *Computers & Industrial Engineering*, Vol. 69, PP. 29- 42.
23. Kapoor, S. (2014). "An inventory model for non-instantaneous deteriorating products with price and time dependent demand", *Mathematical Theory and Modeling*, Vol. 4, No. 10, PP. 160– 168.
24. Tat, R., Taleizadeh, A. A. and Esmaeili, M. (2015). "Developing economic order quantity model for non-

instantaneous deteriorating items in vendor-managed inventory (VMI) system", *International Journal of Systems Science*, Vol. 46, No. 7, PP. 1257- 1268.

25. Chakraborty, D., Jana, D. K. and Roy, T. K. (2015). "Multi-item integrated supply chain model for deteriorating items with stock dependent demand under fuzzy random and bifuzzy environments", *Computers & Industrial Engineering*, Vol. 88, PP. 166- 180.
26. Ghiami, Y. and Williams, T. (2015). "A two-echelon production-inventory model for deteriorating items with multiple buyers", *International Journal of Production Economics*, Vol. 159, PP. 233- 240.
27. Geetha, K. and Udayakumar, R. (2016). "Optimal lot sizing policy for non-instantaneous deteriorating items with price and advertisement dependent demand under partial backlogging", *International Journal of Applied and Computational Mathematics*, Vol. 2, No. 2, PP. 171- 193.
28. Maihami, R., Karimi, B. and Fatemi Ghomi, S. M. T. (2016). "Effect of two-echelon trade credit on pricing-inventory policy of non-instantaneous deteriorating products with probabilistic demand and deterioration functions", *Annals of Operations Research*, Vol. 239, No. 2, PP. 1- 37.
29. Bai, Q., Xu, X., Xu, J. and Wang, D. (2016). "Coordinating a supply chain for deteriorating items with multi-factor-dependent demand over a finite planning horizon", Applied Mathematical Modelling, Vol. 40, No. 21-22, PP. 9342–9361.
30. Priyan, S. and Uthayakumar, R. (2016). "Economic design of an inventory system involving probabilistic deterioration and variable setup cost through mathematical approach", *International Journal of Mathematics in Operational Research*, Vol. 8, No. 3, PP. 312- 341.
31. Sarker, B. R. and Wu, B. (2016). "Optimal models for a single-producer multi-buyer integrated system of deteriorating items with raw materials storage costs", *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, Vol. 82, No. 1, PP. 49- 63.
32. Aljazzar, S. M., Jaber, M. Y. and Moussawi-Haidar, L. (2016) "Coordination of a three-level supply chain (supplier–manufacturer–retailer) with permissible delay in payments", *Applied Mathematical Modelling*, Vol. 3, No. 3, PP. 176-188.
33. Chen, Z. and Sarker, B. R. (2017). "Integrated production-inventory and pricing decisions for a single-manufacturer multi-retailer system of deteriorating items under JIT delivery policy", *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, Vol. 89, No. 5-8, PP. 2099–2117 .
34. Spiegel, M. R. (1960). “Applied Differential Equations, Prentice-Hall”, *Englewood Cliffs*, NJ.
35. Misra, R. B. (1975). “Optimal production lot size model for a system with deteriorating inventory”, *International Journal of Production Research*, Vol. 13, No. 5, PP. 495- 505.