کاربرد تئوری صف در بهینه‌سازی زنجیرهٔ تأمین کالای فاسدشدنی با سیاست سفارش‌دهی (S-1, S) و افزایش رضایت مشتریان

طاهره هاشمی،[۱] ابراهیم تیموری،[۲] فریبرز جولای[۳]*

۱. کارشناس ارشد مهندسی صنایع، دانشگاه علم و صنعت ایران

۲. دانشیار دانشکدهٔ مهندسی صنایع، دانشگاه علم و صنعت ایران

۳. استاد دانشکدهٔ مهندسی صنایع، پردیس دانشکده‌های فنی، دانشگاه تهران

(تاریخ دریافت: ۹۴/۱۲/۱۱، تاریخ دریافت روایت اصلاح‌شده: ۹۵/۰۲/۱۱، تاریخ تصویب: ۹۵/۰۸/۲۵)

چکیده

استفاده از تئوری صف در بهینه‌سازی سیستم‌های کنترل موجودی، جایگاه خاصی در ادبیات موجودی کالای فاسدشدنی دارد. با وجود این، حجم کمی از مقالات در این حوزه به بررسی سیاست سفارش‌دهی (S-1,S) و افزایش رضایت مشتریان پرداخته‌اند. در این مقاله از مبانی نظریهٔ صف برای بهینه‌سازی سیستم کنترل موجودی و افزایش رضایت مشتریان در زنجیرهٔ تأمین دوسطحی کالاهای فاسدشدنی استفاده شده است. زنجیره شامل یک تأمین‌کننده و یک تولیدکننده است. مشتریان براساس فرایند پواسون وارد سیستم می‌شوند و برای دریافت محصول در صف قرار می‌گیرند. برای تکمیل موجودی انبار تولیدکننده از سیاست سفارش‌دهی موجودی پایه استفاده می‌شود و مدت زمان تولید محصول و زمان تحویل سفارش دارای توزیع نمایی است. هدف، تعیین مقادیر بهینهٔ ظرفیت انبار تولیدکننده و محل انتظار مشتریان با کمینه‌کردن هزینه‌های کل زنجیره است. بدین‌منظور، با بررسی شرایط زنجیره در حالت پایدار و به‌دست‌آوردن معادلات تعادلی، معیارهای ارزیابی عملکرد سیستم محاسبه می‌شود و مدل ریاضی توسعه می‌یابد. برای حل مدل پیشنهادی از روش جست‌وجوی مستقیم استفاده می‌شود و با آنالیز حساسیت مدل در قالب یک مثال عددی مشاهده می‌شود که جواب بهینهٔ سیستم مورد بررسی همواره در تعادلی بین هزینه‌های انبار و هزینه‌های انتظار و فروش ازدست‌رفته به‌دست می‌آید.

واژه‌های کلیدی: ظریهٔ صف، زنجیرهٔ تأمین، کالای فاسدشدنی، (S-1,S).

مقدمه

فساد امری است که با گذشت زمان برای بسیاری از محصولات در دنیای واقعی رخ می‌دهد و از آنجاکه هزینه‌های اضافی را بر سیستم موجودی تحمیل می‌کند، درصورت نادیده‌گرفته‌شدن، در فرایند تصمیم‌گیری خلل ایجاد می‌کند و راهبرد سفارش کالا را به بیراهه می‌کشاند. بسیاری از انواع مواد غذایی، دارویی، شیمیایی، خون و... از جملهٔ محصولات فسادپذیرند. درواقع، فساد به انواع آسیب‌دیدگی، ضایعات، خشک‌شدن و تبخیر اشاره دارد و به این معناست که کالا از عملکرد مورد انتظار خود انحراف داشته باشد.

با توجه به اهمیت نگهداری موجودی در سیستم‌های توزیع و فروش کالای فاسدشدنی و بالابودن هزینه‌های ناشی از نگهداری موجودی‌ها، مطالعات بسیاری در زمینهٔ بررسی و تحلیل سیستم‌های موجودی کالاهای فاسدشدنی انجام گرفته و روش‌های مختلفی در حل مسائل و بهینه‌سازی این سیستم‌ها به‌کار رفته است.

مروری بر ادبیات

استفاده از نظریهٔ صف در بهینه‌سازی سیستم‌های کنترل موجودی، جایگاه ویژه‌ای در ادبیات کالای فاسدشدنی دارد. مقالات این حوزه را از منظر نوع سیاست تکمیل موجودی در انبارها می‌توان به سه دسته سیاست مرور پیوسته (s,S)، مرور دوره‌ای و سیاست موجودی پایه (S-1,S) تقسیم کرد.

با فرض سیاست تکمیل موجودی مرور پیوسته، کالپاکام[1] و ساپنا[2] [۱]، یک سیستم موجودی فاسدشدنی با تقاضای پواسون و فروش ازدست‌رفته را بررسی کردند. سیواکومار[3] و آریواریگنان[4] [۲]، در زمینهٔ یک سیستم

* نویسندهٔ مسئول: تلفن: ۰۲۱۸۲۰۸۴۴۰۳ Email: fjolai@ut.ac.ir

موجودی فاسدشدنی با طول عمر نمایی با دو نوع مشتری معمولی و منفی پژوهش انجام دادند. همچنین، سیواکومار و همکاران [۳] یک سیستم تولید کالای فاسدشدنی با طول عمر نمایی را با ورود دسته‌ای مشتریان و مدت زمان تحویل نمایی درنظر گرفتند و به‌صورت یک سیستم صف بررسی کردند.

یداولی[۵] و همکاران [۴] از تئوری صف برای مدل‌سازی یک مرکز ارائهٔ خدمت، با انباری از کالاهای فاسدشدنی با طول عمر نمایی و مجموعه‌ای از سطوح سفارش مجدد استفاده کردند. ساتهیش کومار[۶] و الانگو[۷] [۵] یک مرکز تولید محصول فاسدشدنی با طول عمر نمایی، با چندین خدمت‌دهنده را درنظر گرفتند و مسئله را به‌صورت یک فرایند تصمیم‌گیری نیمه مارکوفی مدل‌سازی کردند.

شوفیا لاورنس[۸] و همکاران [۶]، یک مرکز ارائهٔ خدمت با سیاست سفارش‌دهی مرور پیوسته (s,S) را بررسی کردند که مدت زمان سرویس و زمان تحویل سفارش دارای توزیع phase type هستند. جگاناتان[۹] [۷] مسئله را با ارائهٔ خدمات تشویقی به برخی از مشتریان بررسی کرد. همچنین، وی در پژوهشی دیگر [۸] یک سیستم موجودی فاسدشدنی با مشتریان مکرر و احتمال انقطاع در خدمت را مطالعه کرد.

الحمدی[۱۰] و همکاران [۹] به بهینه‌سازی نرخ خدمت‌دهی در یک سیستم موجودی فاسدشدنی با مشتریان منفی پرداختند. لاکسمی[۱۱] و سوجانیا[۱۲] [۱۰] سیستم موجودی فسادپذیر با انقطاع خدمت، تقاضاهای مجدد و مشتریان منفی را در نظر گرفتند. در پژوهش جگاناتان [۱۱]، امکان وجود سرویس‌های انتخابی برای مشتریان وجود دارد. آمیرتاکدی[۱۳] و همکاران [۱۲] امکان بازخورد در سیستم ارائهٔ خدمت را بررسی کردند. به‌این‌ترتیب، مشتریان پس از انتظار در صف و دریافت کالا، ممکن است برای دریافت خدمات اضافی به صف ثانویه منتقل شوند.

جگاناتان و همکاران [۱۳] یک مرکز ارائهٔ خدمت با دو صف موازی و دو خدمت‌دهنده را بررسی کردند. سیستم موجودی از سیاست مرور پیوسته پیروی می‌کند و مشتریان در بدو ورود به سیستم به کوتاه‌ترین صف منتقل می‌شوند. آن‌ها فرض کردند که امکان جابه‌جایی مشتریان بی‌حوصله بین صف‌ها وجود دارد.

در حوزهٔ سیاست تکمیل موجودی مرور دوره‌ای، محمودی و همکاران [۱۴] سیاست (1,T) را برای سیستم موجودی فاسدشدنی با طول عمر قطعی و مشتریان بی‌حوصله بررسی کردند. در این سیاست در دوره‌های زمانی ثابت T به اندازهٔ یک واحد سفارش داده می‌شود. مزیت این سیاست سفارش‌دهی، در عدم انتقال عدم قطعیت تقاضا به سطوح بالاتر زنجیرهٔ تأمین است که از بسیاری از هزینه‌ها جلوگیری می‌کند. همچنین، کوکی[۱۴] و جوینی[۱۵] [۱۵] درمورد آثار تغییر طول عمر محصول بر عملکرد سیستم‌های موجودی فاسدشدنی پژوهشی انجام دادند. آن‌ها فرض کردند که عمر محصول از توزیع ارلنگ تبعیت می‌کند و سیستم موجودی از سیاست مرور دوره‌ای برای بازپرسازی انبار استفاده می‌کند.

کاربرد نظریهٔ صف در بهینه‌سازی سیاست بازپرسازی موجودی پایه (S-1,S)، برای کالای فاسدشدنی، اولین‌بار در پژوهش کالپاکام و ساپنا [۱۶] بررسی شد. آن‌ها مسئله را با فرض فروش ازدست‌رفته و زمان تحویل سفارشی که دارای توزیع عمومی است، مدل‌سازی کردند.

کالپاکام و شانتی[۱۶] [۱۷] یک انبار کالای فاسدشدنی با سیاست موجودی پایهٔ اصلاح‌شده را بررسی کردند. با این فرض که سفارش فقط زمانی صادر می‌شود که یک واحد از موجودی فقط به‌دلیل سفارش مشتری کم شود؛ به‌عبارت دیگر، چنانچه با فساد محصول، موجودی انبار کاهش یابد، سفارشی صادر نمی‌شود. آن‌ها دلیل این مسئله را اجتناب از نظارت پیوسته بر کالاهای انبار و بررسی خرابی و درنتیجه کاهش هزینه‌های ناشی از آن دانستند.

یوانیدیس[۱۷] و همکاران [۱۸] یک سیستم تولیدی تک‌مرحله‌ای کالاهای فاسدشدنی با سیاست موجودی پایه و مشتریان بی‌حوصله را بررسی کردند. آن‌ها فرض کردند که طول عمر کالاها و مدت زمان تحمل مشتریانی که در صف قرار دارند، دارای توزیع عمومی هستند.

محمودی و حجی [۱۹] یک مدل موجودی دو سطحی کالای فاسدشدنی، با سیاست تکمیل موجودی پایه شامل یک انبار و یک خرده‌فروش را بررسی کردند. آن‌ها فرض کردند که کالاها عمر قفسه‌ای ثابت دارند.

با بررسی ادبیات کاربرد نظریهٔ صف در کنترل موجودی فاسدشدنی، مشاهده می‌شود به سیاست سفارش‌دهی

موجودی پایه (S-1,S) در زنجیرهٔ تأمین کالای فاسدشدنی کمتر توجه شده است. همچنین در هیچ‌یک از مقالات این حوزه، مسئلهٔ رضایتمندی مشتریان با محدودکردن ماکزیمم زمان انتظار مشتریان در سیستم مطرح نشده است.

با توجه به خلأ تحقیقاتی موجود، در این پژوهش زنجیرهٔ تأمین کالای فاسدشدنی با دو سطح تولیدکننده و تأمین‌کننده با سیاست سفارش‌دهی (S-1,S) بررسی می‌شود و در راستای افزایش رضایت مشتریان، کاهش زمان انتظار مشتری در سیستم و نیز کاهش فروش ازدست‌رفته با بررسی ظرفیت محل انتظار مشتریان مطالعه می‌شود. هدف تعیین ماکزیمم ظرفیت انبار و ظرفیت محل انتظار مشتریان در حالت بهینه است. بدین‌ترتیب، صف انتظار مشتریان و انبار تولیدکننده، به‌صورت یک سیستم صف بررسی می‌شود.

در ادامه، پس از تشریح مسئله، رفتار سیستم در حالت پایدار بررسی و معیارهای ارزیابی سیستم محاسبه می‌شود. سپس مدل ریاضی با هدف کمینه‌سازی هزینه‌های زنجیره توسعه می‌یابد. درنهایت، با حل یک مثال عددی حساسیت مدل تحلیل و نتیجه‌گیری و پیشنهادهایی برای تحقیقات آتی ارائه می‌شود.

تشریح مسئله

زنجیرهٔ تأمین مورد بررسی شامل یک تأمین‌کننده و یک تولیدکننده است، که یک نوع کالای فاسدشدنی را به مشتریان عرضه می‌کنند. این زنجیرهٔ تأمین در شکل ۱ نشان داده می‌شود. تأمین‌کننده به منابع نامحدود مواد خام دسترسی دارد.

مشتریان این زنجیره از یک جمعیت نامحدود و براساس فرایند پواسون با نرخ λ به تولیدکننده مراجعه می‌کنند و درصورت وجود مواد اولیه در انبار و ظرفیت خالی در سیستم، در صف انتظار قرار می‌گیرند. در غیر این‌صورت، تقاضای آن‌ها به‌صورت فروش ازدست‌رفته است.

برای تکمیل موجودی انبار تولیدکننده، از سیاست موجودی پایه $(S\text{-}1,S)$ استفاده می‌شود. تأمین‌کننده همواره درصدد است که موقعیت موجودی انبار تولیدکننده (موجودی در دست + سفارش در راه) را در سقف S حفظ کند؛ بنابراین، هر زمان که با ورود مشتری جدید یا فساد محصول، موقعیت موجودی انبار کمتر از مقدار S شود، تأمین‌کننده اقدام به ارسال مواد خام به انبار می‌کند. این روند تا زمانی ادامه می‌یابد که موقعیت موجودی به مقدار S برسد.

مدت زمان لازم برای بسته‌بندی و ارسال یک واحد ماده خام از تأمین‌کننده به انبار تولیدکننده از توزیع نمایی با پارامتر β پیروی می‌کند. متوسط مدت زمان تولید یک واحد محصول نهایی دارای توزیع نمایی با نرخ μ است. همچنین فرض می‌شود که محصولات طول عمر محدودی دارند که از توزیع نمایی با نرخ θ پیروی می‌کند. شرایط تولید به‌گونه‌ای است که فساد محصول در حین تولید رخ نمی‌دهد، بلکه فقط در انبار تولیدکننده امکان فساد وجود دارد.

به‌منظور جلوگیری از پیچیدگی مدل صف، تابع توزیع مدت زمان بین دو درخواست متوالی در حالت پایدار بررسی می‌شود. هدف، یافتن مقادیر بهینهٔ ظرفیت انبار تولیدکنندهٔ S و ظرفیت محل انتظار مشتریان N با توجه به معیار کمینه‌سازی هزینه‌هاست. در بخش بعد سیستم در حالت پایدار بررسی می‌شود.

تجزیه و تحلیل سیستم در حالت پایدار

زنجیرهٔ تأمین مورد بررسی ممکن است از طریق یک فرایند مارکوف شبه تولد و مرگ با حالت (i,j) توصیف شود. زنجیرهٔ مارکوف پیوستهٔ زیر را درنظر می‌گیریم:

$$\{(i,j),\ 0 \le i \le S+1,\ 0 \le j \le N\}$$

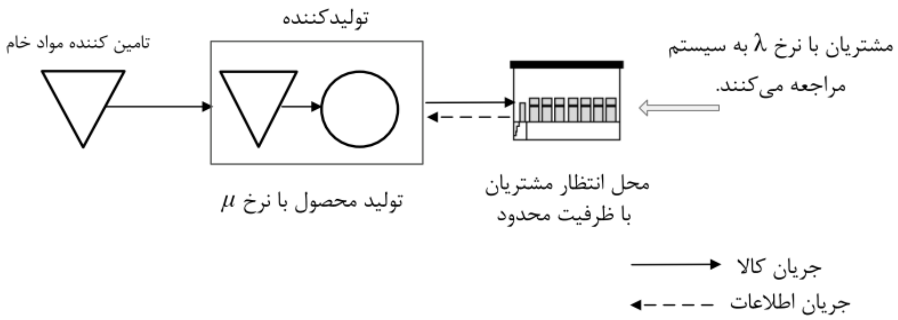
که در آن i معرف تعداد کالاهای موجود در محل تولیدکننده (شامل انبار و محصول در جریان تولید) و j معرف تعداد مشتریان در صف است.

تغییر حالت سیستم در موارد زیر رخ می‌دهد:

۱. ورود یک مشتری به سیستم، به تغییر حالت از (i,j) به $(i,j+1)$ منجر می‌شود. این تغییر حالت با نرخ λ رخ می‌دهد.

۲. با فاسدشدن یک واحد کالا در انبار تولیدکننده، انتقال از حالت (i,j) به $(i\text{-}1,j)$ رخ می‌دهد. اگر محصولی در جریان تولید باشد، نرخ انتقال برابر است با $(i\text{-}1)\theta$ و در غیر این‌صورت $i\theta$.

۳. تولید یک واحد کالا توسط تولیدکننده و تحویل آن به مشتری، به تغییر حالت از (i,j) به $(i\text{-}1,j\text{-}1)$ منجر می‌شود، این تغییر حالت با آهنگ μ رخ می‌دهد.



شکل ۱. زنجیرۀ تأمین دوسطحی کالای فاسدشدنی

۴. ارسال یک واحد کالا از تأمین‌کننده به انبار تولیدکننده، به تغییر حالت سیستم از حالت (i,j) به حالت $(i+1,j)$ منجر می‌شود که با نرخ β رخ می‌دهد.

برای محاسبۀ احتمالات حدی $\pi_{(i,j)}$ ماتریس مولد زنجیرۀ مارکوف را به‌دست می‌آوریم:

$$Q=\begin{pmatrix} A_0 & C & \dots & & \\ B_1 & A_1 & C & \dots & \\ & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & & B_S & A_S & C \\ & & & B_{S+1} & A_{S+1} \end{pmatrix} \tag{۱}$$

هریک از زیرماتریس‌های A_i، B_i و C مربعی هستند و از زیرماتریس‌های دیگری تشکیل شده‌اند. این ماتریس‌ها در بخش ضمائم آمده‌اند.

بردار احتمالات حدی به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\pi=[\pi_0,\pi_1,\dots,\pi_{S+1}] \tag{۲}$$

به‌طوری‌که:

$$\pi_i=[\pi_{(i,0)},\pi_{(i,1)},\dots,\pi_{(i,N)}] \tag{۳}$$

احتمال $\pi_{(i,j)}$ از حل معادلات حاصل از ضرب ماتریسی $\pi Q=0$ و برقراری شرط $\sum_{i=0}^{S+1}\pi_i=1$ قابل‌محاسبه است. پس از حل معادلات تعادلی، می‌توان معیارهای ارزیابی عملکرد سیستم را به‌دست آورد. معادلات تعادلی به شرح زیر هستند:

$$\beta\pi_{(i,j)}=\mu\pi_{(i+1,j+1)}+\theta\pi_{(i+1,j)},\quad i=0,\ j=0 \tag{۴}$$

$$\beta\pi_{(i,j)}=\mu\pi_{(i+1,j+1)}\quad i=0,\ 1\le j\le N-1 \tag{۵}$$

$$(\beta+\lambda+i\theta)\pi_{(i,j)}=(i+1)\theta\pi_{(i+1,j)}+\mu\pi_{(i+1,j+1)}+\beta\pi_{(i-1,j)}\quad 1\le i\le S-1,\ j=0 \tag{۶}$$

$$(\lambda+i\theta)\pi_{(i,j)}=\mu\pi_{(i+1,j+1)}+\beta\pi_{(i-1,j)},\quad i=S,\ j=0 \tag{۷}$$

$$\left(\mu+(i-1)\theta+\lambda+\beta\right)\pi_{(i,j)}=\lambda\pi_{(i,j-1)}+\mu\pi_{(i+1,j+1)}+i\theta\pi_{(i+1,j)}+\beta\pi_{(i-1,j)}\quad 1\le i\le S,\ 1\le j\le N\text{-}1 \tag{۸}$$

$$(\mu+\beta+(i-1)\theta)\pi_{(i,j)}=\lambda\pi_{(i,j-1)}+i\theta\pi_{(i+1,j)}+\beta\pi_{(i-1,j)},\quad 1\le i\le S,\ j=N \tag{۹}$$

$$\left(\mu+(i-1)\theta+\lambda\right)\pi_{(i,j)}=\lambda\pi_{(i,j-1)}+\beta\pi_{(i-1,j)}\quad i=S+1,\ 2\le j\le N-1 \tag{۱۰}$$

$$(\lambda+\mu+(i-1)\theta)\pi_{(i,j)}=\beta\pi_{(i-1,j)},\quad i=S+1,\ j=1 \qquad (۱۱)$$

$$(\mu+(i-1)\theta)\pi_{(i,j)}=\lambda\pi_{(i,j-1)}+\beta\pi_{(i-1,j)}\quad i=S+1,\ j=N \qquad (۱۲)$$

با حل معادلات فوق، احتمالات حدی سیستم محاسبه می‌شود و می‌توان معیارهای ارزیابی عملکرد سیستم را محاسبه کرد.

معیارهای ارزیابی عملکرد سیستم

در این بخش ابعاد عملکرد سیستم را در حالت پایدار محاسبه می‌کنیم. این معیارها در محاسبۀ تابع مجموع هزینۀ کل سیستم استفاده می‌شوند.

متوسط سطح موجودی در انبار تولیدکننده

اگر $E(I)$ را برابر با متوسط سطح موجودی در انبار تولیدکننده در حالت حدی بدانیم، داریم:

$$E(I)=\sum_{i=1}^{S+1}\sum_{j=1}^{N}(i-1)\pi_{(i,j)}+\sum_{i=1}^{S}i\,\pi_{(i,0)} \qquad (۱۳)$$

متوسط تعداد کالاهای فاسدشده در واحد زمان در انبار تولیدکننده

اگر $E(P)$ نشان‌دهندۀ متوسط تعداد کالاهای فاسدشده در واحد زمان در انبار تولیدکننده باشد، داریم:

$$E(P)=\sum_{i=2}^{S+1}\sum_{j=1}^{N}(i-1)\theta\pi_{(i,j)}+\sum_{i=1}^{S}i\,\theta\pi_{(i,0)} \qquad (۱۴)$$

میانگین مدت زمان انتظار مشتری در سیستم

برای محاسبۀ متوسط زمان انتظار مشتری در سیستم از قانون لیتل استفاده می‌کنیم. بدین‌منظور، محاسبۀ متوسط طول صف و نرخ ورود مشتریان به سیستم ضروری است. طول انتظاری صف از رابطۀ زیر محاسبه می‌شود:

$$L=\sum_{i=0}^{S+1}\sum_{j=1}^{N}j\,\pi_{(i,j)} \qquad (۱۵)$$

مشتریان در لحظۀ مراجعه به سیستم، ممکن است در شرایط خاصی اجازۀ ورود به سیستم را پیدا نکنند. نرخ مراجعۀ مشتریان به سیستم λ است و درصورت وجود مواد اولیه در انبار و ظرفیت خالی در سیستم، در صف انتظار قرار می‌گیرند. در غیر این‌صورت، تقاضای آن‌ها به‌صورت فروش ازدست‌رفته است؛ بنابراین، نرخ ورود مشتریان به سیستم از رابطۀ زیر قابل‌محاسبه است:

$$\bar{\lambda}=\lambda(1-\sum_{i=1}^{S+1}\pi_{(i,N)}-\sum_{j=0}^{N}\pi_{(0,j)}) \qquad (۱۶)$$

حال با استفاده از قانون لیتل متوسط مدت زمان انتظار مشتری در سیستم به‌دست می‌آید:

$$\bar{W}=\frac{L}{\bar{\lambda}}=\frac{\sum_{i=0}^{S+1}\sum_{j=1}^{N}j\,\pi_{(i,j)}}{\lambda(1-\sum_{i=1}^{S+1}\pi_{(i,N)}-\sum_{j=0}^{N}\pi_{(0,j)})} \qquad (۱۷)$$

متوسط تعداد تقاضاهای ازدست‌رفته در واحد زمان

نرخ فروش ازدست‌رفته $E(S)$، از رابطۀ زیر به‌دست می‌آید:

$$E(S)=\lambda(\sum_{i=1}^{S+1}\pi_{(i,N)}+\sum_{j=0}^{N}\pi_{(0,j)}) \qquad (۱۸)$$

مدل ریاضی پیشنهادی

در این بخش، مدل ریاضی با هدف کمینه‌سازی هزینه‌های زنجیره ارائه می‌شود. تابع هدف عبارت است از مجموع هزینۀ نگهداری کالای نیمه‌ساخته، هزینۀ فساد محصول در انبار تولیدکننده، هزینۀ مربوط به انتظار مشتریان در سیستم و هزینۀ فروش ازدست‌رفته.

$$Min\quad TC(N,S)=c_hE(I)+c_pE(P)+c_w\bar{W}+c_sE(S) \qquad (۱۹)$$

Subject to:

$$\frac{1}{\tau\mu}\geq\bar{W} \qquad (۲۰)$$

$$S\ ,\ N=1,2,3,\ldots \qquad (۲۱)$$

پارامترهای مورد استفاده در مدل ریاضی به شرح زیر هستند:

c_h هزینۀ نگهداری یک واحد محصول در واحد زمان در انبار تولیدکننده

c_p هزینۀ فساد یک واحد محصول در انبار تولیدکننده

هزینهٔ یک واحد فروش ازدست‌رفته c_s

هزینهٔ انتظار مشتری در واحد زمان c_w

ضریب ثابت محدودیت میانگین مدت زمان انتظار مشتریان در صف τ

در مدل ریاضی فوق، محدودیت (۲۰) مربوط به زمان انتظار مشتری است. تولیدکننده درصدد محدودکردن مدت زمان انتظار مشتریان برای افزایش میزان رضایتمندی آن‌ها و کاهش هزینه‌های ناشی از انتظار است. براساس این محدودیت، میانگین زمان انتظار مشتری $\overline{W}$، نباید بیشتر از یک نسبت خاص از متوسط زمان تولید محصول برای مشتری $1/\mu$، باشد. این نسبت توسط ضریب τ وارد مدل می‌شود. مقدار عددی τ با توجه به خصوصیات مشتریان هر سیستم تعیین می‌شود [۲۰]. هرچه مقدار τ بزرگ‌تر باشد، محدودیت سخت‌گیرانه‌تر است و نشان می‌دهد مشتریان سیستم، مدت زمان انتظار کمتری را می‌پذیرند. وجود چنین محدودیتی به تولیدکننده در ارائهٔ یک آستانهٔ زمانی برای انتظار مشتریان کمک می‌کند. براساس پژوهش جوکس[۱۸] و آلفا[۱۹] [۲۰]، زمان پردازش سفارش مشتری در سیستم‌های تولیدی- خدماتی، معمولاً ۵ تا ۲۰ درصد از مدت تحویل سفارش به مشتری (شامل زمان انتظار) را تشکیل می‌دهد ($0.05<\tau<0.2$).

با توجه به خاصیت بازگشتی احتمالات حدی، نمایش تحدب و دستیابی به میزان بهینهٔ تابع هدف کاری دشوار است؛ بنابراین، از روش جست‌وجوی مستقیم برای حل مدل استفاده شده است.

نتایج محاسباتی

به‌منظور تحلیل حساسیت مدل پیشنهادی نسبت به پارامترهای مختلف، مسئله در قالب یک مثال بررسی می‌شود. مقادیر زیر برای پارامترهای مختلف درنظر گرفته شده‌اند:

λ=2, μ=3, c_h=0.2, c_p=2, c_w=2, c_s=15, θ=0.6, β=2, τ=0.04.

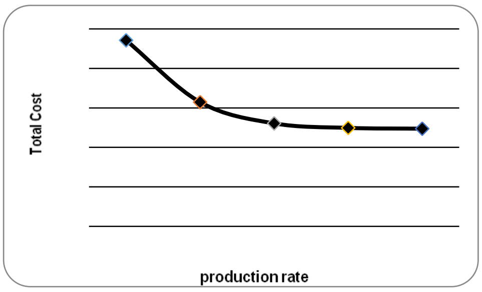
مثال عددی مطرح‌شده در این بخش با روش جست‌وجوی مستقیم حل شده و کدنویسی با استفاده از نرم‌افزار MATLAB صورت گرفته است. پس از حل، ظرفیت بهینهٔ انبار تولیدکننده S^*=۷ و ظرفیت بهینهٔ محل انتظار مشتریان ۶ =N^* به‌دست آمد. در این حالت، هزینهٔ کل برابر با ۱۳/۰۴ است. درادامه، تحلیل حساسیت نتیجه صورت می‌گیرد.

اثر تغییرات نرخ تولید بر هزینهٔ کل زنجیره

افزایش نرخ تولید به افزایش نرخ خدمت به مشتری و کاهش مدت زمان تحویل سفارش منجر می‌شود. همچنین، برای جلوگیری از کمبود موجودی، ظرفیت انبار در حالت بهینه افزایش می‌یابد و درنتیجه کاهش هزینهٔ انتظار مشتریان و هزینهٔ فروش ازدست‌رفته را در پی دارد. با توجه به اینکه در این مثال هزینهٔ هر واحد فروش ازدست‌رفته بسیار بیشتر از هزینهٔ نگهداری یک واحد موجودی در واحد زمان است، افزایش سطح موجودی انبار تأثیر بسیار پایینی بر افزایش هزینه‌ها داشته است، اما می‌توان به‌طور قطع تأثیر افزایش نرخ تولید را بر افزایش سطح موجودی انبار تا زمانی دانست که تعادل بین هزینه‌های نگهداری و فروش ازدست‌رفته به کاهش هزینهٔ کل منجر شود؛ بنابراین، هزینهٔ کل سیستم کاهش پیدا می‌کند. جدول ۱ و شکل ۲ این تغییرات را نشان می‌دهند.

جدول ۱. تغییرات جواب بهینه با تغییر نرخ تولید

μ	S^*	N^*	$TC^*(S,N)$
۱	۲	۲	۲۳/۵۶
۲	۵	۴	۱۵/۷۳
۳	۷	۶	۱۳/۰۴
۴	۷	۷	۱۲/۴۷
۵	۸	۸	۱۲/۳۷



شکل ۲. تغییرات هزینهٔ کل نسبت به نرخ تولید

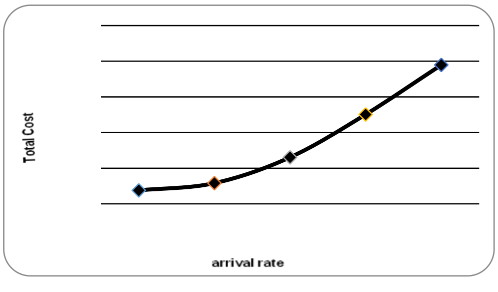
تأثیر تغییرات نرخ مراجعهٔ مشتریان بر هزینهٔ کل زنجیره

جدول ۲ و شکل ۳ تغییرات متغیرها و مقدار تابع هدف را به ازای مقادیر مختلف نرخ ورود مشتری نشان می‌دهند. همان‌طورکه مشاهده می‌شود، با افزایش نرخ ورود، ظرفیت انبار تولیدکننده و هزینهٔ کل زنجیره افزایش و ظرفیت صف کاهش یافته است.

جدول ۲. تغییرات جواب بهینه با تغییر نرخ ورود مشتری

λ	S^*	N^*	TC^* (S,N)
۰/۵	۲	۵	۳/۷۷
۱	۳	۷	۵/۸
۲	۷	۶	۱۳/۰۴
۳	۱۰	۴	۲۵/۰۷
۴	۱۱	۳	۳۸/۹۶

چنین نتیجه‌ای منطقی به نظر می‌رسد، چراکه با افزایش نرخ ورود مشتری، احتمال کمبود موجودی انبار و فروش ازدست‌رفته و همچنین مدت زمان انتظار مشتریان بیشتر می‌شود و درنتیجه هزینهٔ مربوط به آن نیز افزایش می‌یابد؛ بنابراین، در حالت بهینه، ظرفیت انبار تولیدکننده افزایش و ظرفیت محل انتظار مشتریان کاهش می‌یابد، تا حدی از افزایش هزینه‌ها جلوگیری کند.



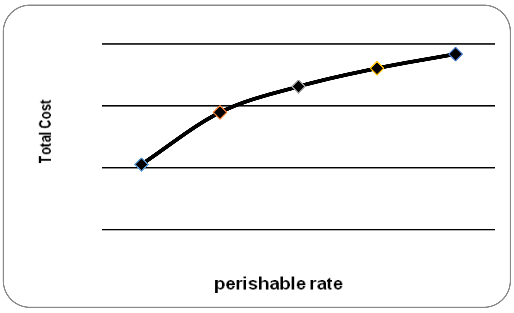
شکل ۳. تغییرات هزینهٔ کل نسبت به نرخ ورود مشتریان

تأثیر تغییرات نرخ فساد محصول بر هزینهٔ کل زنجیره

جدول ۳ و شکل ۴ تغییرات سیاست سفارش‌دهی بهینه و مقدار تابع هدف را به ازای مقادیر مختلف نرخ فساد محصول نشان می‌دهد. با افزایش نرخ فساد محصول، هزینه‌های مربوط به آن در انبار افزایش می‌یابد. برای کاهش هزینهٔ نگهداری محصول، باید ظرفیت انبار کاهش یابد. همچنین، کاهش سطح موجودی، احتمال کمبود و فروش ازدست‌رفته را افزایش می‌دهد. مجموعهٔ این عوامل سبب افزایش هزینه‌های کل زنجیره می‌شود.

جدول ۳. تغییرات جواب بهینه با تغییر نرخ فساد

θ	S^*	N^*	TC^* (S,N)
۰	۱۵	۹	۵/۲۸
۰/۲	۱۱	۶	۹/۴۸
۰/۴	۹	۶	۱۱/۵۷
۰/۸	۶	۶	۱۴/۱۹



شکل ۴. تغییرات هزینهٔ کل نسبت به پارامتر نرخ فساد محصول

همان‌طورکه مشاهده می‌شود، کمترین هزینهٔ کل زمانی رخ می‌دهد که نرخ فساد محصول صفر باشد؛ به‌عبارت دیگر، محصول دارای طول عمر نامحدود باشد.

نتیجه‌گیری

در این پژوهش، بهینه‌سازی زنجیرهٔ تأمین دوسطحی کالای فاسدشدنی با سیاست سفارش‌دهی (S-1,S) و افزایش رضایتمندی مشتریان بررسی شد. بدین‌ترتیب، پس از درنظرگرفتن زنجیرهٔ تأمین به‌صورت یک سیستم صف و با بررسی شرایط زنجیره در حالت پایدار، معیارهای ارزیابی عملکرد سیستم محاسبه و مدل ریاضی با هدف کاهش هزینهٔ کل زنجیره، کاهش فروش ازدست‌رفته و محدودیت مربوط به زمان انتظار مشتریان توسعه یافت. به‌منظور حل مدل پیشنهادی از روش جست‌وجوی مستقیم استفاده و با بررسی مثال عددی، تحلیل حساسیت جواب به‌دست‌آمده نسبت به نرخ ورود، نرخ تولید و نرخ فساد صورت گرفت. مشاهده شد که همواره مقادیر هزینهٔ کل، ظرفیت بهینهٔ

انبـار و ظرفیـت بهینـهٔ صـف مشـتریان، در تعـادل بـین هزینه‌های کمبود و انتظار مشتریان و هزینه‌های نگهداری و فساد محصول در انبار به‌دست می‌آیند. افزایش ظرفیت انبار همواره به افزایش هزینـه‌هـای نگهـداری و فسـاد محصـول منجر می‌شود، اما در مقابل مدت زمـان انتظـار مشـتریان و هزینه‌های انتظار، کمبود و فـروش ازدسـت‌رفتـه را کـاهش می‌دهد. با توجه به تحلیل حساسیت صورت‌گرفته، می‌توان گفت مقادیر پارامترهای مختلف سیستم به‌ویژه نرخ تولید و نـرخ ورود در کنـار ضـرایب هزینـه‌ای مربـوط بـه فـروش ازدست‌رفته، انتظـار مشـتریان و نگهـداری محصـول تـأثیر زیادی بر هزینهٔ کل سیستم و مقادیر متغیرهای تصمیم دارند.

زمینه‌های تحقیقات آتی عبارت‌اند از:

۱. مقایسهٔ سیاست‌های مـرور پیوسـته، مـرور دائـم و موجـودی پایـه بـرای تکمیـل موجـودی انبـار تولیدکننده

۲. مطالعـهٔ مسـئلهٔ تولیـد ترکیبـی MTS/MTO در زنجیـرهٔ تـأمین کالاهـای فاسدشـدنی، کـه در آن بخشی از رونـد تولیـد محصـول پـیش از سـفارش مشتری صورت گیرد و مابقی به بعد از آن موکـول شـود. در ایـن حالـت، زمـان انتظـار مشـتری نیـز کاهش می‌یابد.

ضمائم

زیرماتریس‌های ماتریس مولد فرایند مارکوف به‌صـورت زیـر به‌دست می‌آیند:

$$A_0 = \begin{pmatrix} -\beta & & \\ & \ddots & \\ & & -\beta \end{pmatrix} \quad (۲۲)$$

$$A_{i_{(1,1)}} = -(\lambda + i\theta + \beta) \qquad for\ i = 1,\dots,S-1 \quad (۲۳)$$

$$A_{i_{(j,j)}} = -(\lambda + (i-1)\theta + \beta + \mu) \qquad for\ i = 1,\dots,S \ ,\ \mathrm{j} = 2,\dots,N \quad (۲۴)$$

$$A_{i_{(N+1,N+1)}} = -((i-1)\theta + \beta + \mu) \quad for\ i = 1,\dots,S \quad (۲۵)$$

$$A_{i_{(j,j+1)}} = \lambda \qquad for\ i = 1,\dots,S \ ,\ \mathrm{j} = 1,\dots,N \quad (۲۶)$$

$$B_i = \begin{pmatrix} i\theta & & & \\ \mu & (i-1)\theta & & \\ & \ddots & \ddots & \\ & & \mu & (i-1)\theta \end{pmatrix} \qquad for\ i = 1,..S \quad (۲۷)$$

$$A_{S_{(1,1)}} = -(\lambda + S\theta) \quad (۲۸)$$

$$A_{S+1_{(j,j)}} = -(\lambda + S\theta + \mu) \quad for\ j = 2,\dots,N \quad (۲۹)$$

$$A_{S+1_{(N+1,N+1)}} = -(\mu + S\theta) \quad (۳۰)$$

$$A_{S+1_{(j,j+1)}} = \lambda \qquad for\ j = 2,\dots,N \quad (۳۱)$$

$$B_{i_{(1,1)}} = \lambda + i\theta \qquad \mathrm{for}\ i = (r+1),\dots(r+Q) \quad (۳۲)$$

$$C_{(j,j)} = \beta \qquad for\ j = 1,\dots,N+1 \quad (۳۳)$$

مراجع

1. Kalpakam, S. and Sapna, K. (1994). “Continuous review (s, S) inventory system with random lifetimes and positive leadtimes”, *Operations Research letters*, Vol.16, No.2, PP. 115– 119.
2. Sivakumar, B. and Arivarignan, G. (2005). "A perishable inventory system with service facilities and negative customers", *Advanced Modeling and Optimization*, Vol.7, No. 2, PP. 193- 210.
3. Sivakumar, B., Elango, C. and Arivarignan, G. (2006). "A perishable inventory system with service facilities and batch markovian Demands", *International Journal of pure and Applied Mathematics*, Vol. 32, No.1, PP. 33- 40.
4. Yadavalli, V. S. S., Sivakumar, B. and Arivarignan, G. (2007). "Stochastic inventory management at a service facility with a set of reorder levels", *ORION*, Vol. 23, No. 2, PP. 137- 149.
5. Satheesh Kumar, R. and Elango, C. (2010). "Markov decision processes for service facility systems with perishable inventory", *International Journal of Computer Applications*, Vol. 9, Issue 4, PP. 14- 17.
6. Shophia Lawrence, A., Sivakumar, B. and Arivarignan, G. (2013). “A perishable inventory system with service facility and finite source”, *Applied Mathematical Modelling*, Vol. 37, Issue 7, PP. 4771– 4786.

7. Jeganathan, K. (2014). “A Perishable Inventory Model with Bonus Service for Certain Customers, Balking and $N+1$ Policy”, *Mathematical Economics Letters*, Vol. 2, No. 3– 4, PP. 83– 104.

8. Jeganathan, K. and Periyasamy, C. (2014). “A perishable inventory system with repeated customers and server interruptions”, *Applied Mathematics & Information Sciences Letters*, Vol. 2, No. 2, PP. 1- 11.

9. Al Hamadi, H. M., Sangeetha, N. and Sivakumar, B. (2015). “Optimal control of service parameter for a perishable inventory system maintained at service facility with impatient customers”, *Annals of Operations Research*, Vol. 233, Issue 1, PP. 3– 23.

10. Laxmi, V. P. and Soujanya, M. L. (2015). “Perishable inventory system with service interruptions, retrial demands and negative customers”, *Applied Mathematics and Computation*, Vol. 262, No. 1, PP. 102–110.

11. Jeganathan, K. (2015). “A single server perishable inventory system with N additional options for service”, *Journal of Mathematical Modeling*, Vol. 2, No. 2, PP. 187- 216.

12. Amirthakodi, M., Radhamani, V. and Sivakumar, B. (2015). “A perishable inventory system with service facility and feedback customers”, *Annals of Operations Research*, Vol. 233, Issue. 1, PP. 25-55.

13. Jeganathan, K., Sumathi, J. and Makalakshmi, G. (2016). “Markovian inventory model with two parallel queues, jockeying and impatient customers”, *Yugoslav Journal of Operations Research*, Vol. 26, No. 4, PP. 467– 506.

14. Mahmoodi, A., Haji, A., and Haji, R. (2014). “One for one period policy for perishable inventory”, *Computers & Industrial Engineering*, Vol. 79, No. 1, PP. 10-17.

15. Kouki, C. and Jouini, O. (2015). “On the effect of lifetime variability on the performance of inventory systems”, *Int. J. Production Economics*, Vol. 167, No. ???, PP. 23– 34.

16. Kalpakam, S. and Sapna, K. (1995).“(S-1,S) perishable systems with stochastic leadtimes”, *Mathematical and Computer Modeling*, Vol. 21, No. 6, PP. 95– 104.

17. Kalpakam, S. and Shanthi, S. (2001). “A perishable inventory system with modified (S-1, S) policy and arbitrary processing times”, *Computers and Operations Research*, Vol. 28, Issue. 5, PP. 453– 471.

18. Ioannidis, S., Jouini, O. and Economopoulos, A. A. (2012). "Control policies for single stage production systems with perishable inventory and customer impatience", *Operations Research*, Vol. 209, Issue.1, PP. 115- 138.

19. Mahmoodi, A., Haji, A. and Haji, R. (2016). “A two-echelon inventory model with perishable items and lost sales”, *Scientia Iranica* E, Vol. 23, No. 5, PP. 2277- 2286.

20. Jewkes, E. M. and Alfa, A. S. (2009). “A queueing model of delayed product differentiation”, *European Journal of Operational Research*, Vol. 199, No. 3, PP. 734- 743.

واژه‌های لاتین به ترتیب استفاده در متن

1. kalpakam
2. sapna
3. Sivakumar
4. Arivarignan
5. Yadavalli
6. Satheesh Kumar
7. Elango
8. Shophia Lawrence
9. Jeganathan
10. Al Hamadi
11. Laxmi
12. Soujanya
13. Amirthakodi
14. Kouki
15. Jouini
16. shanthi
17. Ioannidis
18. Jewkes
19. Alfa