

تعیین اندازه دسته و زمان بندی روی ماشین های موازی با توجه به جریمه زودکرد و دیرکرد

حسین فلاحتی^۱، مهدی بیجاری^{۲*}

۱. کارشناس ارشد مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی اصفهان

۲. استاد دانشکده مهندسی صنایع و سیستم ها، دانشگاه صنعتی اصفهان

(تاریخ دریافت: ۹۴/۰۸/۲۳، تاریخ دریافت روایت اصلاح شده: ۹۵/۱۰/۱۹، تاریخ تصویب: ۹۵/۱۲/۲۶)

چکیده

در این تحقیق، مسئله تعیین اندازه دسته و زمان بندی روی ماشین های موازی بررسی می شود. جریمه زودکرد و دیرکرد، بر مبنای محصول که از آن با عنوان موجودی و کمبود یاد می شود، در نظر گرفته شده است. یک مدل ریاضی مختلط عدد صحیح جدید، بر پایه مدل های فروشنده دوره گرد ارائه می شود. نتایج عددی، زمان زیاد حل مدل را نشان می دهد؛ بنابراین، یک مدل بر پایه برنامه ریزی محدودیتی نیز معرفی می شود که با ارائه جواب های بهینه، زمان حل را تا حد زیادی کاهش داده است؛ به طوری که مسائل بزرگی که در زمان ۲ ساعت با مدل ریاضی به جواب نرسیده اند، با استفاده از مدل برنامه ریزی محدودیتی در کمتر از ۲ دقیقه حل شده اند. در ادامه، الگوریتمی ابتکاری برای تخصیص سفارش ها ایجاد شده است. یکی از مطالعات موردی از مسئله، در صنایع فولاد با داده های واقعی تست شد. برنامه ریزی سفارش ها در سیستم پیشنهادی برای نمونه های مختلف، در زمان کمتر از ۱۰ دقیقه انجام گرفت؛ در حالی که این زمان برای سیستم موجود، ۱ تا ۲ ساعت است.

واژه های کلیدی: برنامه ریزی محدودیتی، تعیین اندازه دسته، زمان بندی، زودکرد و دیرکرد، ماشین های موازی.

مقدمه

تعیین اندازه دسته و زمان بندی، از مباحث مهم در برنامه ریزی تولید هستند. با ایجاد روش های نوین مدیریت تولید، رویکرد سنتی - که در آن ابتدا اندازه دسته تعیین و سپس زمان بندی انجام می شد - به کنار رفت و بحث در نظر گرفتن هم زمان اندازه دسته و زمان بندی به میان آمد که به ایجاد مدل عمومی تعیین اندازه دسته و زمان بندی GLSP^۱ انجامید. این مدل را ابتدا فلشمن و میر [۱] در سال ۱۹۹۷ ارائه کرد. پس از آن آلمادو لوبو [۲] رویکرد جدیدی از مدل سازی این مسئله را ارائه کرد. مدلی که او ارائه کرد، تکمیل مدلی بود که گوپتا و مگنوسن [۳] ایده اولیه آن را داده بودند. در رویکرد جدید، از تلفیق مدل CLSP^۲ با مدل فروشنده دوره گرد استفاده شد.

یکی از محیط های کارگاهی که در صنایع مختلف دیده می شود، محیطی است که در آن، چند ماشین و دستگاه تولیدی به صورت موازی قرار دارند. در زمینه تعیین اندازه دسته و زمان بندی ماشین های موازی، پژوهش های زیادی انجام شده است، از جمله کلارک و همکاران که GLSP را با

در نظر گرفتن زمان های آماده سازی وابسته به توالی و هزینه کمبود در نظر گرفتند [۴]. کار برجسته دیگر در این حوزه را جیمز و لوبو [۵] انجام دادند. مدلی که آن ها ارائه کردند، بر مبنای مدل CLSP_SD^۳ بود که توسط لوبو معرفی شده است.

به دلیل اهمیت تعیین هم زمان اندازه دسته، زمان بندی و توالی کارها، در بحث تعیین اندازه دسته و زمان بندی، استفاده از توابع هدف مورد استفاده در توالی مطرح شد. یکی از مهم ترین توابع این زمینه، تابع هدف دیرکرد و زودکرد است. دو رویکرد در مسائل برای در نظر گرفتن دیرکرد و زودکرد وجود دارد: یکی بر اساس موجودی که در آن هزینه به ازای هر واحد محصول محاسبه می شود و دیگری بر اساس زمان که محاسبه هزینه به ازای هر واحد زمان انجام می گیرد. یکی از مهم ترین پژوهش ها در این حوزه، متعلق به سوپیتاک و همکاران است. آن ها در دو حالت بدون زمان آماده سازی و با زمان آماده سازی، مسئله را بررسی کردند. پژوهش بعدی متعلق به واعظ و بیجاری [۶] است. برخلاف کار سوپیتاک که در آن تعیین اندازه

تعریف مسئله

در این مسئله، تعدادی سفارش وجود دارد. هر سفارش شامل شاخصه‌های ابعادی و کیفی است. ترکیب هر مشخصه ابعادی و کیفی، به‌عنوان الگو شناخته می‌شود. سفارش‌ها باید روی تعدادی ماشین موازی پردازش شوند. در این مسئله، هدف پیدا کردن توالی و زمان‌بندی و میزان تولید سفارش‌ها روی ماشین‌های موازی به صورتی است که محدودیت‌های اعمال‌شده و هزینه‌های مربوط به آماده‌سازی، زودکرد و دیرکرد بهینه شود.

در این پژوهش از چند اصطلاح برای بیان مفاهیم استفاده می‌شود. به هر ترکیب از مشخصه ابعادی و کیفی موجود در سفارش‌ها، یک الگو گفته می‌شود. هر سفارش یک چرخه تولید دارد که از برخی از بخش‌ها عبور می‌کند و از برخی دیگر عبور نمی‌کند. براساس این چرخه‌های تولید، چند گروه محصول ساخته می‌شود که به سفارش تخصیص داده می‌شود. اندازه دسته برابر با تعدادی از محصولات است که به‌طور پیوسته و بدون انقطاع، و با یک آماده‌سازی در یک ظرف زمانی روی یک ماشین تولید می‌شوند. به هر دسته از هر الگو که عملیاتی برای آن روی هر ماشین انجام می‌شود، محصول می‌گویند. به‌عبارت دیگر، اگر فرض کنیم که برای الگوی p به‌طور کلی دو دسته تعریف شده است، هر کدام از این دسته‌های تولیدی یک محصول در نظر گرفته می‌شود که این دو محصول، از نظر مشخصات الگویی مثل هم هستند. فرضیات این مسئله عبارت‌اند از:

- تقاضای هر سفارش، به مضر صحیحی از یک اندازه دسته تبدیل می‌شود؛
- اندازه ظرف‌های زمانی تولید سفارش در همه دوره‌ها، روی تمامی ماشین‌ها یکسان در نظر گرفته می‌شود؛
- میزان تولید هر سفارش در هر اندازه دسته، به مشخصات سفارش بستگی دارد؛
- در هر ظرف زمانی، تنها یک دسته تولیدی که به آن محصول می‌گویند، تولید می‌شود؛
- اگر کل سفارش زودتر از موعد تولید شده باشد، یک هزینه نگهداری به سفارش اعمال می‌شود و اگر دیرتر از موعد تحویل تولید شود، یک هزینه کمبود به سفارش اعمال می‌شود؛

دسته مشهود نبود، پایه اصلی این کار، تعیین اندازه دسته است. دو مدل بر پایه مدل CLSP-SD آلمادو لوبو ارائه شده و با دو روش فراابتکاری، الگوریتم مورچگان و جست وجوی ممنوع حل شده است. برنامه ریزی محدودیتی^۴، رویکردی در بهینه‌سازی ترکیبی و تکنیکی کارا برای حل مسائلی است که با محدودیت سروکار دارند. تاکنون پژوهش‌های مختلفی در حوزه زمان‌بندی با استفاده از برنامه ریزی محدودیتی انجام گرفته است [۷ و ۸]. زبالوس و همکاران [۹] از برنامه ریزی محدودیتی برای ایجاد مدلی در محیط FMS استفاده کردند. در پژوهشی دیگر، الخیاط و همکاران [۱۰] یک مدل ریاضی و یک مدل برنامه ریزی محدودیتی برای مسئله برنامه ریزی تولید و مدیریت مواد به‌طور هم‌بسته ارائه دادند. شاو [۱۱] از اولین کسانی بود که در حل مسئله مسیریابی وسایل نقلیه، از برنامه ریزی محدودیتی بهره گرفت. وی با تلفیق مدل برنامه ریزی محدودیتی با روش جست‌وجوی محلی همسایگی، جواب‌هایی برای مسئله زمان‌بندی در محیط کارگاه گردش کاری به‌دست آورد. یکی از کارهای جدید در این زمینه، پژوهش ژائو و همکاران [۱۲] در زمینه مدیریت سلامت است. در این پژوهش، یک مدل ریاضی و یک مدل برنامه ریزی محدودیتی برای مسئله تعیین اندازه دسته و زمان‌بندی تولید برای سفارش‌های دارای موعد تحویل روی ماشین‌های موازی ارائه شد. هدف، کمینه‌کردن هزینه‌های مربوط به آماده‌سازی وابسته به توالی، هزینه زودکرد و دیرکرد وابسته به واحد محصول بود که با عنوان هزینه کمبود و موجودی عنوان شد. حل این مسئله، میزان تولید هر سفارش و توالی آن‌ها روی هر ماشین در هر دوره را مشخص می‌کند. یک الگوریتم ابتکاری نیز برای تخصیص سفارش‌ها به الگوها طراحی شده است. از آنجاکه ایده مسئله مورد بحث در این مقاله، از صنعت فولاد اقتباس شده، مدل و الگوریتم طراحی شده برای استفاده در سیستم برنامه ریزی شرکت فولاد نیز استفاده و تست شده است. ادامه این پژوهش، شامل معرفی و روش حل مسئله است. سپس آزمایش‌ها و نتایج عددی مسائل ارائه می‌شوند. در انتها نیز مطالب ارائه‌شده جمع‌بندی و پیشنهادهایی برای پژوهش‌های آتی ارائه می‌شود.

- زمان آماده سازی و همچنین هزینه آماده سازی، وابسته به توالی است؛
- افق برنامه ریزی، محدود و شامل T دوره است؛
- ظرفیت در دسترس هر ماشین، محدود و دارای مقدار مشخص است.

مسئله ای که در پژوهش مورد نظر بررسی شده است، در دنیای واقعی در واحد فولادسازی و ریخته گری صنایع فولاد به چشم می خورد. در این مسئله، سفارش های مربوط به کلاف ها در واحد فولادسازی، پذیرش و براساس آنها ذوب ساخته می شود. هر سفارش، یک مشخصه ابعادی و یک مشخصه کیفی دارد و سفارش های مختلف ممکن است در این دو مشخصه با هم اشتراک داشته باشند. به مشخصه کیفی تعریف شده روی سفارش ها گرید گفته می شود. مشخصه ابعادی هر سفارش، با عنوان عرض شناخته می شود. یک الگو، از ترکیب مختلف یک عرض و یک گرید تشکیل می شود. ظرف های زمانی ثابتی که سفارش ها در آنها روی ماشین ها تولید می شوند، سکوننس نام دارند. ذوب های تشکیل شده از سفارش ها باید روی چند ماشین ریخته گری موازی پردازش شوند. هدف مسئله، تعیین زمان بندی ذوب ها روی ماشین های ریخته گری و تخصیص سفارش ها به ذوب های تشکیل شده است.

این مسئله در دو فاز بررسی و حل می شود. در فاز اول توالی تعیین می شود و در فاز دوم تخصیص سفارش ها صورت می گیرد. در فاز اول، سفارش ها براساس مشخصات به الگوهای دسته بندی می شوند. هر الگو با توجه به میزان تقاضا در طول دوره، به تعدادی دسته تولیدی تقسیم می شود. این عمل را تعیین اندازه دسته هر الگو می نامند. تعیین اندازه دسته به صورت زیر است:

$$patbatch_p = \left\lceil \frac{patdem_{pT}}{patprod_p} \right\rceil + 1 \quad (1)$$

که در آن، نمادها عبارتند از:

- $patbatch_p$ تعداد دسته تولیدی الگوی p؛
- $patdem_{pT}$ تقاضای تجمعی الگوی p در انتهای افق؛
- $patprod_p$ میزان تولید از هر الگو در هر ظرف زمانی.

مدل ریاضی

مدل ارائه شده، با ایجاد تغییر در مدل آلمادو-لوبو [۲] نوشته شده است. از طرفی، از آنجاکه کمبود موجودی در مدل مطرح شده، از مدل کلارک [۴] نیز در مدل سازی استفاده شده است.

پارامترها

تعداد الگوها؛	$pnum$
تعداد محصولات برابر $\sum_p patbatch_p$ ؛	$prnum$
تعداد ماشین های موازی؛	$mnum$
تعداد دوره ها در افق برنامه ریزی؛	$tnum$
تعداد گروه های محصول؛	$fnum$
زمان آماده سازی از i به j؛	st_{ij}
تقاضای تجمعی الگو p در دوره t؛	$patdem_{pt}$
تقاضای تجمعی f در t؛	$pfdem_{ft}$
هزینه آماده سازی از الگوی i به j؛	sc_{ij}
میزان تولید استاندارد از p در هر ظرف زمانی؛	$patprod_p$
تیرانس تولید بیشتر از تقاضای هر گروه محصول؛	$tolpf$
زمان عملیات هر واحد از الگوی p؛	a_p
ظرفیت در دست ماشین m در دوره t؛	Cap_{mt}
اگر محصول i از الگوی p باشد برابر با یک، در غیر این صورت برابر صفر؛	oz_{ip}
اگر i جزء گروه محصول f باشد برابر با یک، در غیر این صورت برابر صفر؛	ov_{if}
هزینه هر واحد موجودی محصول i؛	hc_i
هزینه هر واحد کمبود محصول i.	hs_i

متغیرهای تصمیم

اگر محصول i بعد از محصول z روی ماشین m در دوره t تولید شود برابر با یک، در غیر این صورت برابر با صفر؛	x_{ijmt}
متغیر تعیین اولویت محصول روی ماشین؛	y_{imt}

qp_{pmt} میزان تولید از الگوی p روی ماشین m در دوره t ؛
 u_{imt} اگر حالت آماده‌سازی در ابتدای دوره t روی ماشین m برای محصول i باشد برابر یک، در غیر این صورت برابر صفر.
 qf_{ft} میزان تولید از گروه محصول f در دوره t ؛
 $I_{i,t}^+$ میزان موجودی محصول i در دوره t ؛
 $I_{i,t}^-$ میزان کمبود محصول i در دوره t ؛

شرح مدل

$$\min \sum_{i=1}^{prnum} \sum_{j=1}^{prnum} \sum_{m=1}^{mnum} \sum_{t=1}^{tnum} sc_{ij} \times x_{ijmt} \tag{۲}$$

$$+ \sum_{i=1}^{prnum} \sum_{t=1}^{tnum} (hc_i \times I_{i,t}^+ + hs_i \times I_{i,t}^-)$$

Subject to:

$$I_{i,t-1}^+ - I_{i,t-1}^- + \sum_{m=1}^{mnum} (qp_{pmt} \times oz_{ip}) \tag{۳}$$

$$-I_{it}^+ + I_{it}^- = patdem_{pt} \times oz_{ip} \quad \forall i \in N, p \in P, t \in T$$

$$\sum_{p=1}^{prnum} a_p * qp_{pmt} + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n st_{ij} \times x_{ijmt} \leq Cap_{mt} \quad \forall m \in M, t \in T \tag{۴}$$

$$qp_{pmt} = patprod_p \times \sum_{k=1}^{prnum} \sum_{j=1}^{prnum} (x_{kjmt} + u_{jmt}) \times oz_{jp} \quad \forall t \in T, p \in P, m \in M \tag{۵}$$

$$\sum_{i=1}^{prnum} x_{ijmt} + u_{jmt} = u_{jm(t+1)} + \sum_{i=1}^{prnum} x_{jimt} \quad \forall j \in N, m \in M, t \in T \tag{۶}$$

$$\sum_{i=1}^{prnum} u_{imt} = 1 \quad \forall m \in M, t \in M \tag{۷}$$

$$y_{imt} + prnum \times x_{ijmt} - (prnum - 1) - prnum \times u_{imt} \leq y_{jmt} \quad \forall i, j \in N, m \in M, t \in T, i \neq j \tag{۸}$$

$$qf_{ft} = patprod_p \times \sum_{m=1}^{mnum} \sum_{i=1}^{prnum} \sum_{j=1}^{prnum} x_{ijmt} \times oz_{ip} \times ov_{if} \quad \forall p \in P, t \in T, f \in F \tag{۹}$$

$$qf_{ft} \leq pfdem_{ft} + tolpf \quad \forall f \in F, t \in T \tag{۱۰}$$

$$x_{ijmt} \in \{0, 1\} \quad \forall i, j \in N; m \in M; t \in T \tag{۱۱}$$

$$I_{i,t}^+, I_{i,t}^-, qf_{ft}, qp_{pt}, y_{imt}, u_{imt} \geq 0 \quad \forall i, j \in N; m \in M; t \in T; p \in P; f \in F \tag{۱۲}$$

هدف در این مسئله، کمینه‌کردن مجموع هزینه‌هایی است که در تابع هدف بیان شده است. محدودیت موازنه موجودی در رابطه ۳ بیان شده است که در آن، مجموع

رابطه ۲ تابع هدف مدل را نشان می‌دهد. قسمت اول، هزینه آماده‌سازی بین محصولات را بیان می‌کند. در قسمت دوم تابع هدف نیز شامل مجموع کمبود و موجودی است.

میزان تقاضای تجمعی الگوی p در روز t؛	$pdem_{pt}$	موجودی ماقبل دوره جاری، کمبود دوره جاری و تولید
میزان استاندارد تولید الگوی p در هر طرف زمانی؛	$patprod_p$	روی تمامی ماشین ها باید با مجموع تقاضای محصول، موجودی در دوره جاری و کمبود در دوره قبل این دوره برابر باشد. رابطه ۴ محدودیت ظرفیت را نشان می دهد و بیان می کند که مجموع زمان تولید و آماده سازی در هر دوره روی هر ماشین، از ظرفیت دوره فراتر نرود. در رابطه ۵ اجازه تولید و میزان تولید هر دسته، با توجه به آماده سازی آن روی ماشین تعیین می شود. محدودیت روند تغییر حالت آماده سازی و انتقال آماده سازی از یک دوره به دوره دیگر در رابطه ۶ نشان داده شده است. رابطه ۷ بیان می کند که در ابتدای دوره، ماشین فقط برای یک محصول آماده است. برای حذف زیرتورهای احتمالی و پیوسته بودن شبکه توالی آماده سازی، محدودیت حذف زیر تور در رابطه ۸ بیان شده است. میزان تولید یک گروه محصول در هر دوره، در رابطه ۹ نشان داده شده است. از آنجاکه در هر دوره، محدودیتی برای میزان تولید هر گروه محصول وجود دارد، در مدل باید این مورد اعمال شود که در رابطه ۱۰ مشاهده می شود و بیان می کند میزان تولید آن از میزان جریان هدف به اضافه ترانس آن فراتر نرود. روابط ۱۱ و ۱۲ هم تعریف متغیرهای تصمیم و بازه مقادیر مجاز آن ها را نشان می دهند.
میزان تقاضای تجمعی گروه محصول f در روز t؛	$pfdem_{ft}$	
ترانس تجاوز از میزان تقاضای روزانه گروه محصول؛	$tolfd$	
بازه هایی که در آن، شروع یک محصول ممنوع است؛	fpc	
زمان شروع دوره t روی ماشین m؛	$begin_{mt}$	
زمان پایان دوره t روی ماشین m؛	end_{mt}	
مجموعه محصولات مرتبط با الگوی p؛	S_p	
مجموعه محصولات مرتبط با گروه محصول f؛	S_f	
هزینه هر واحد موجودی الگوی p؛	hc_p	
هزینه هر واحد کمبود الگوی p.	hs_p	

متغیرهای تصمیم

متغیر تولید یا عدم تولید محصول i ام روی ماشین m ام که از جنس متغیرهای بازه زمانی است؛	pat_{im}
زمان آماده سازی از محصول i به j که از جنس متغیرهای انتقال است؛	st_{ij}
میزان تولید از الگوی p تا پایان روز t که از جنس متغیرهای تجمعی است؛	qp_{pt}
میزان تولید از گروه محصول f تا پایان روز t از جنس متغیرهای تجمعی است؛	pf_{ft}
هزینه آماده سازی از محصول i به j؛	sc_{ij}
میزان مواد اولیه تجمعی موجود تا پایان روز t؛	$matavail_t$
کل هزینه آماده سازی.	SC

شرح مدل

$$if \quad j \notin fpat \Rightarrow pat_{im} \text{ is optional} \quad \forall m \in M \quad (13)$$

$$pat_{jm}.start \geq pat_{im}.end + st_{ij} \quad \forall m \in M; i, j \in N \quad (14)$$

مدل برنامه ریزی محدودیتی

پارامترها

$matperday_t$ حداکثر مواد اولیه مجاز در هر روز که در ابتدای هر روز، این مقدار به متغیر $matavail_t$ تخصیص می یابد؛	$pnum$ تعداد کل الگوهای موجود؛
	$prnum$ تعداد کل محصولات که برابر است با $\sum_p patbatch_p$ ؛
	$mnum$ تعداد کل ماشین های موجود؛
	$pfnum$ تعداد کل گروه های محصول؛
dur_{im} طول زمانی تولید محصول i در هر طرف زمانی روی ماشین m؛	
$fpat$ مجموعه محصولات مجازی در ابتدای دوره؛	
avm_m بازه هایی که در آن ها شروع یا پایان یک محصول روی ماشین مجاز است؛	

با میزان تجمعی روز قبل و میزان تولید استاندارد در الگوهای آن روز است که این معادله در رابطه ۱۷ بیان شده است. همین موضوع، برای جریان هر گروه محصول در هر روز وجود دارد که در رابطه ۱۸ عنوان می‌شود. رابطه ۱۹ تضمین می‌کند که در هر روز، تولید هر گروه محصول بیشتر از جریان هدف آن روز نباشد. البته برای انعطاف بیشتر در جواب‌ها و به‌دست‌آوردن جواب‌های مناسب‌تر، از یک تیرانس برای این محدودیت استفاده می‌شود که به‌صورت یک پارامتر قابل تنظیم است. برخی از الگوها در مواقعی امکان تولید روی ماشین را به دلایل فنی و مدیریتی ندارند که به‌وسیله بازه‌هایی مشخص می‌شوند. برای جلوگیری از تولید این الگوها در بازه‌های ممنوع، محدودیت نوشته‌شده تحت روابط ۲۰ و ۲۱ به‌کار می‌رود. در رابطه ۲۲، بحث ظرفیت ماشین‌ها بیان می‌شود؛ به این صورت که مجموع طول محصولاتی که در این دوره تولید می‌شود، به اضافه آماده‌سازی مربوط به این محصولات باید از طول دوره کوتاه‌تر باشد. در این رابطه، طول دوره برابر با تفاضل زمان ابتدا و انتهای دوره در نظر گرفته می‌شود. رابطه ۲۳ هم بیان می‌کند که اگر ز بلافاصله بعد از i قرار گیرد، هزینه آماده‌سازی آن به کل هزینه آماده‌سازی مسئله اضافه می‌شود.

$$\begin{aligned} & \min \sum_{t=1}^T \sum_{p=1}^{patnum} hs_p \times \\ & \max \left\{ 0, (patdem_{pt} - qp_{pt}) \right\} + \\ & \sum_{t=1}^T \sum_{p=1}^{patnum} hc_p \times \\ & \max \left\{ 0, (qp_{pt} - patdem_{pt}) \right\} + SC \end{aligned} \quad (24)$$

در رابطه ۲۴ تابع هدف مسئله بیان شده است که مجموع سه هزینه موجودی، کمبود و آماده‌سازی است. هدف، کمینه‌کردن هزینه این سه قسمت است.

اصول غلبه

خاصیت ۱:

$$\begin{aligned} & \text{if } pat_{im}.start = 0 \Rightarrow \\ & pat_{jm}.start = 0 \quad \forall m \in M; j, i \in S_p \end{aligned} \quad (25)$$

محصولات در ابتدای مدل روی تمامی ماشین‌ها تعریف

$$\begin{aligned} & begin_t < pat_{im}.start < end_t \\ & \forall i \in N, m \in M, t \in T \end{aligned} \quad (15)$$

$$qp_{p,0} = 0, qf_{f,0} = 0 \quad \forall p \in P, f \in F \quad (16)$$

$$\begin{aligned} & \text{if } begin_{mt} \leq pat_{im}.end \leq end_{mt} \\ & \Rightarrow qp_{pt} = patprod_p + qp_{p(t-1)} \quad \forall i \quad (17) \\ & \in S_p, m \in M, t \in T, p \in P \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{if } begin_{mt} \leq pat_{im}.end \leq end_{mt} \\ & \Rightarrow qf_{ft} = patprod_p + qf_{f(t-1)} \quad (18) \\ & \forall i \in S_p \cap S_f, m \in M, t \in T, p \in P, f \in F \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & qf_{ft} \leq pfdem_{ft} + tolf_d \\ & \forall f \in F, t \in T \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} & pat_{im}.start < fpc.start \\ & \forall i \in N, m \in M \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} & pat_{im}.start > fpc.end \\ & \forall i \in N, m \in M \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^{prnum} (dur_{im} + \sum_{k=1}^{prnum} st_{ki}) < end_t - begin_t \\ & \forall t \in T, i \in N, m \in M \end{aligned} \quad (22)$$

$$\begin{aligned} & \text{if } pat_{jm}.start = pat_{im}.start \\ & + st_{ij} \Rightarrow SC = sc_{ij} + SC \\ & \forall m \in M; i, j \in N \end{aligned} \quad (23)$$

یکی از فروض مسئله این است که هر محصول در جواب نهایی می‌تواند تولید شود یا نشود؛ بنابراین، برای اینکه این فرض مسئله رعایت شود، محدودیت رابطه ۱۳ را در نظر می‌گیریم که بیان می‌کند محصولاتی که در ابتدای افق تثبیت نشده‌اند، می‌توانند در جواب نهایی جواب غیر صفر داشته باشند یا نداشته باشند. رابطه ۱۴ معادله‌ای منطقی برای محصولات i و j و زمان آماده‌سازی بین آن‌ها را نشان می‌دهد که از هم‌پوشانی الگوها و بیکاری ماشین جلوگیری می‌کند. در رابطه ۱۵ بیان می‌شود که شروع تولید هر الگو باید در ابتدای افق و انتهای افق باشد. رابطه ۱۶ مقادیر اولیه را برای میزان تولید از هر الگو و هر خانواده محصول به متغیرها تخصیص می‌دهد. میزان تولید هر محصول، به‌طور تجمعی در هر روز محاسبه می‌شود که برابر

$$\begin{aligned} & \left| pdem_{qt} - (qp_{qt} + patprod_q) \right| = \\ & \min_{r \in P} \left\{ hc_r \left| pdem_{rt} - (qp_{qt} + patprod_r) \right| \right\} \\ & \text{and } \left| pdem_{qt} - (qp_{qt} + patprod_q) \right| \\ & \leq \left| pdem_{qt} - (qp_{qt}) \right| \Rightarrow \\ & pat_{cj}.start = pat_{ci}.start + st_{ij} \\ & \text{where } i \in S_p \text{ and } j \in S_q \end{aligned}$$

در هر گره برای دو کار i و j ، اگر زمان آماده سازی i به j کمتر از j به i باشد و در صورت تولید i هزینه کمبود و موجودی کمتری نسبت به تولید j به سیستم اعمال شود، زمان آماده سازی از i به j ، از تمامی زمان های آماده سازی i به سایر محصولات کمتر باشد، هزینه تولید j نیز از سایر محصولات کمتر باشد و تولید j به صرفه باشد، حتماً j باید بعد از i تولید شود.

علاوه بر محدودیت های عنوان شده در مدل برنامه ریزی محدودیتی، چند محدودیت و یک تابع هدف دیگر با توجه به فروض واقعی مسئله در صنعت فولاد عنوان می شود.

$$\min \max \{0, (pfdem_{Tt} - qf_{Tt})\} \quad (28)$$

$$\text{if } begin_{im} \leq pat_{im}.start \leq end_{im} \Rightarrow matavail = matavail_{(t-1)} - \sum_{p=1}^P qp_{pt} \quad \forall m \in M, t \in T \quad (29)$$

$$matavail_t \geq 0 \quad \forall t \in T \quad (30)$$

$$\text{if } i \in fpat \Rightarrow pat_{im}.startmin = 0 \text{ and } pat_{im}.startmax = 0 \quad \forall m \in M \quad (31)$$

می شود و در پایان هر روز، این مقدار به هنگام می شود. رابطه ۳۰ نیز نشان می دهد که تولید، حتی در صورت وجود ظرفیت روی ماشین، تا جایی باید ادامه پیدا کند که میزان مواد اولیه مورد نیاز مثبت باشد.

همان طور که در فروض مسئله عنوان شده است، ماشین ها لزوماً در ابتدای افق در دسترس نیستند. حال برای حذف این فرض، چند کار مجازی به مسئله اضافه می شود که زمان آن ها برابر با اختلاف زمان ابتدای افق و زمان دسترسی ماشین هاست و میزان تولید در آن ها صفر در نظر گرفته می شود. با استفاده از رابطه ۳۱، این

می شوند. از آنجاکه هر الگو با توجه به تقاضا، به چند الگوی کوچک به نام محصول دسته بندی می شود، به طور مثال اگر محصولات i و j هر دو مربوط به الگوی p باشند و j بعد از i قرار گرفته باشد، فقط هنگامی می تواند مقدار بگیرد که i مقدار گرفته باشد. این موضوع در رابطه ۲۵ نشان داده شده است.

خاصیت ۲:

$$\text{if } patdem_{pT} \leq \frac{patprod_p}{2} \Rightarrow \quad (26)$$

$$pat_{cp}.start = 0$$

یکی از محدودیت های فنی در مورد مسئله این است که اگر میزان تقاضا برای یک الگو، از نصف مقداری که در آن الگو تولید شود کمتر باشد، ظرف زمانی شامل آن الگو پذیرفته نمی شود. این فرض در رابطه ۲۶ نشان داده شده است که به صورت یک محدودیت به مسئله اضافه می شود.

خاصیت ۳:

$$\begin{aligned} & \text{if } st_{ij} \leq st_{ji} \text{ and } hc_p \times \\ & \left| pdem_{pt} - (qp_{pt} + patprod_p) \right| \leq \\ & hc_q \left| pdem_{qt} - (qp_{qt} + patprod_q) \right| \\ & \text{and } st_{ij} = \min_{k \in N} \{st_{ik}\} \text{ and } hc_q \times \end{aligned} \quad (27)$$

رابطه ۲۸ تابع هدف مربوط به برآورده نشدن جریان هدف را بیان می کند. در این تابع، تولید تجمعی گروه های محصول، از میزان جریان هدف روز آخر کاسته می شود و هدف کم کردن میزان این تفاضل است.

یکی از محدودیت های عملیاتی که در مسئله واقعی وجود دارد، این است که میزان تأمین منابع اولیه برای تولید، مقدار مشخصی در هر روز دارد و گاهی حتی در صورت داشتن ظرفیت، به دلیل نبود مواد اولیه، قابلیت تولید وجود ندارد. در محدودیت ۲۹ نشان داده شده است که به ازای تولید هر محصول، از میزان مواد اولیه موجود کاسته

عرض دوم باشند. این عمل سبب اعمال هزینه آماده‌سازی می‌شود که برابر است با:

$$tc_w = sc_{ip}^w + sc_{pj}^w \quad \forall w \in W \quad (32)$$

که در آن، نمادها عبارت‌اند از:

tc_w	کل هزینه آماده‌سازی برای عرض w
sc_{ip}	هزینه آماده‌سازی از الگوی i به الگوی p ، اگر w انتخاب شود؛
sc_{pj}	هزینه آماده‌سازی از الگوی p به الگوی j ، اگر w انتخاب شود.

ترکیب سفارش‌ها با سفارش‌های دارای گرید متفاوت

در این حالت، از میان سفارش‌هایی که دارای عرض یکسان هستند ولی گرید آن‌ها با گرید سکوننس متفاوت است، برای پرکردن الگو استفاده می‌شود. اضافه‌کردن گریدهای جدید، هزینه میکس شدن محصولات را در پی دارد. به این صورت که زمانی که دو محصول با گریدهای a و b با هم ترکیب می‌شوند، بخشی از ترکیب دو محصول با گرید c تشکیل می‌شود. حال اگر سفارشی برای گرید c وجود نداشته باشد، این محصول جزء ضایعات محسوب می‌شود و هزینه‌ای برابر رابطه ۳۳ به سیستم تحمیل می‌کند.

$$tc_g = \max \{0, mix - dem_g\} \times pc_g \quad (33)$$

در این رابطه نمادها عبارتند از:

tc_g	کل هزینه انتخاب گرید g برای اضافه‌شدن به سکوننس؛
mix	کل میزان محصولی که در اثر ترکیب دو گرید به گرید سوم تبدیل می‌شود؛
dem_g	کل تقاضای مربوط به گرید g .
pc_g	هزینه هر واحد اضافی تولید از گرید g که سفارشی به آن تخصیص نمی‌یابد.

شرح الگوریتم

- گام اول: سفارش‌ها به دسته‌های عرضی و گریدی مشخص تقسیم می‌شود.
- گام دوم: در هر دسته، سفارش‌ها براساس ترتیب صعودی موعد تحویل مرتب می‌شوند.

محدودیت به مدل اعمال می‌شود که کارهای مجازی حتماً در لحظه صفر تولید شوند و در جواب نهایی، اولین الگوی قرارگرفته در زمان‌بندی روی هر ماشین باشند. بدین طریق، فرض در دسترس نبودن هم‌زمان ماشین‌ها در مسئله برآورده می‌شود.

راهبرد حل برنامه‌ریزی محدودیتی

منطق اصلی روش حل در برنامه‌ریزی محدودیتی، در سه گام است که در هر گام، استفاده از محدودیت‌های مسئله برای کاهش دامنه منطق اصلی حل است. کاهش دامنه به این معناست که با توجه به محدودیت‌های مسئله، از مقادیر امکان‌پذیر متغیرها کاسته شود. حل برنامه‌ریزی محدودیتی در سه گام انجام می‌شود. در گام اول که انتشار محدودیتی اولیه نام دارد، اولین مقادیر کاهش دامنه به‌طور قطعی انجام می‌شود. در گام دوم که جست‌وجوی سازنده است، یک درخت از متغیرها تشکیل می‌شود و سعی بر آن است که به روش شاخه و هرس جواب‌های شدنی مسئله به‌دست‌آید. هر گره در درخت، بیانگر یک جواب جزئی از مسئله است. در گام سوم مانند گام اول، کاهش دامنه صورت می‌گیرد؛ با این تفاوت که این کاهش محدودیت، به‌صورت محلی و برای هر گره‌ای که در آن قرار داریم، صورت می‌گیرد.

الگوریتم تخصیص سفارش‌ها به الگوها

در فاز اول، زمان‌بندی مربوط به الگوها انجام می‌شود. از آنجاکه هر الگو شامل تعدادی از سفارش‌هاست، حال باید سفارش‌ها را براساس معیارهایی به الگوهای زمان‌بندی‌شده تخصیص داد. مهم‌ترین معیاری که طبق آن تخصیص انجام می‌گیرد، موعد تحویل سفارش‌هاست که براساس آن، از دیرکرد سفارش‌ها جلوگیری می‌شود.

گاهی سفارش‌های مربوط به یک الگو به اندازه‌ای نیست که طول یک الگوی زمان‌بندی‌شده پر شود. در این حالت روش‌های جایگزین برای پرکردن الگو وجود دارد.

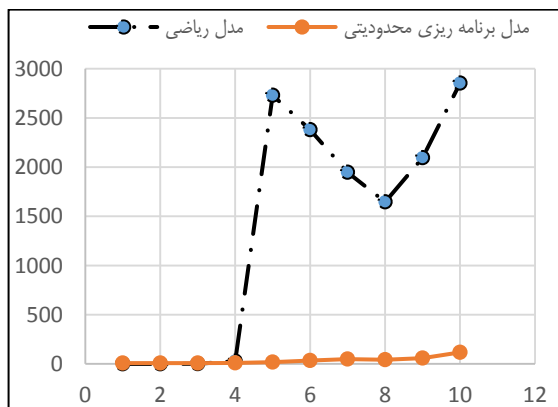
دو عرضی کردن الگوی زمان‌بندی شده

در این حالت، برای سکوننس یک عرض دیگر تعریف شده و تنها سفارش‌هایی می‌توانند اضافه شوند که دارای مشخصه

مشخصی مشاهده نمی شود. اضافه شدن خاصیت ۳، زمان حل برنامه ریزی محدودیتی را در حدود ۱ تا ۲ درصد کمتر از زمانی کرده که مدل، بدون این خاصیت حل شده است.

نتایج با داده های واقعی

بخش دوم مقایسه، شامل مقایسه سیستم موجود در صنایع فولاد با سیستم پیشنهادی است. برنامه ریزی در سیستم فعلی به صورت دستی به وسیله کاربر انجام می شود. در این مرحله، برنامه های مربوط به یک یا دو هفته ماشین های ریخته گری بررسی و با نتایج سیستم پیشنهادی مقایسه شده است. این مقایسات در جدول ۲ مشاهده می شود. برای مقایسه نتایج، از معیارهای تعداد روزهای افق برنامه اجرا شده، تعداد سفارش ها، تعداد الگوها، تعداد تغییر عرض در طول افق، میزان موجودی، میزان کمبود، تعداد دفعات میکس و زمان حل مدل برای نمونه های مختلف - که برای کاربران سیستم مهم بوده - استفاده شده است. با تحلیل جواب های جدول می توان به این نتیجه رسید که در تمامی نمونه ها، تعداد تغییر عرض روی ماشین و تعداد میکس های انجام شده در سیستم موجود، بیشتر از سیستم پیشنهادی است. از سوی دیگر، از آنجاکه در تعریف مسئله، هدف کاهش مجموع کمبود و موجودی است، همان طور که در شکل ۲ مشاهده می شود، در تمامی موارد، هزینه ایجاد شده از این عامل در سیستم پیشنهادی، بهتر از سیستم موجود است. سیستم موجود به دلیل دستی بودن، به طور معمول بیشتر از چندین دقیقه و ساعت وقت می گیرد، اما در سیستم پیشنهادی، این زمان به کمتر از ۱۰ دقیقه تقلیل یافته است.



شکل ۱. مقایسه زمان حل دو مدل

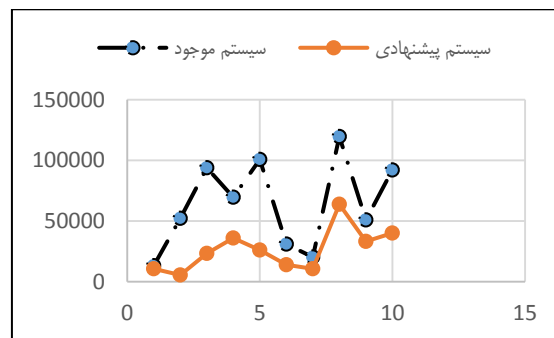
گام سوم: برای هر روز و برای هر ماشین، سفارش ها را با مقایسه هزینه های ترکیب سفارش ها و دوعرضی کردن آن ها به الگوها تخصیص می دهیم.

نتایج عددی

تولید مسائل نمونه، به کمک روش های پژوهش های شبیه در ادبیات موضوع و اضافه کردن موارد جدید بررسی می شود. برای این کار، از نحوه تولید مسائل در پژوهش آلمادو لوبو [۲] استفاده شده است. در مجموع، ۶ گروه مختلف برای تست مدل ها وجود دارد. از سوی دیگر، با توجه به بررسی کارایی زمانی مدل ها، ۱۰ دسته مسئله با تغییر در تعداد محصول ها، تعداد ماشین ها و تعداد دوره ها ساخته می شود؛ بنابراین، ۱۰ دسته مسئله و در هر دسته ۶ گروه پارامتر و در مجموع ۱۶۰ مسئله تولید و حل می شود. برای حذف تأثیر اعداد تصادفی، هر مسئله ۳ بار حل می شود. برای حل بهینه مدل ریاضی، این مدل در نرم افزار GAMS نسخه ۲۳/۶ کد نویسی شده و با حل کننده CPLEX حل شده است. برای تست مدل برنامه ریزی محدودیتی نیز از کدنویسی مدل در نرم افزار Visual Studio 2012 و زبان برنامه نویسی C# و با استفاده از کدهای تطبیقی نرم افزار ILOG CPLEX 2012 بهره گرفته شده است. حل دو مدل، روی یک کامپیوتر شخصی با پردازنده Core 2 Duo 2.2 GHz و حافظه تصادفی 3GB انجام شده است. نتایج در جدول ۱ مشاهده می شود. در این جدول، مسائلی از هر نمونه که در محدودیت زمانی اعمال شده (۷۲۰۰ ثانیه) به جواب بهینه نرسیده اند، از محاسبات کنار گذاشته شده اند و میانگین مقادیر، تنها از نمونه هایی محاسبه شده است که به جواب بهینه رسیده اند. با بررسی نتایج مشخص شد که همه مسائلی که با مدل برنامه ریزی محدودیتی حل می شوند، در کمتر از ۳ دقیقه به جواب بهینه می رسند. البته زمان های حل در مسائل کوچک در برنامه ریزی ریاضی، بهتر از برنامه ریزی محدودیتی است، اما در مسائل متوسط و بزرگ، این شاخص برای مدل برنامه ریزی محدودیتی بهتر است. با توجه به شکل ۱ تغییرات زمان های حل در برنامه ریزی محدودیتی با افزایش متغیرها از روند مشخصی پیروی می کند؛ در حالی که در مورد مدل ریاضی، هیچ روند

جدول ۱. نتایج حل دو مدل

میانگین مقدار تابع هدف	میانگین زمان حل (ثانیه)		مدل ریاضی	ابعاد $N \times M \times T$	شماره مسئله
	مدل برنامه‌ریزی محدودیتی				
	با خاصیت ۳	بدون خاصیت ۳			
۲۰۵/۳۳	۷/۶۵۹	۸/۳۹	۰/۲۴	۴*۲*۲	۱
۵۴۹/۱۶	۷/۹۸۳	۸/۱۱	۰/۲۹	۵*۲*۳	۲
۷۳۴	۷/۷۶۲	۷/۹۱	۰/۳۴	۷*۲*۳	۳
۱۳۸۷/۵	۸/۴۳۲	۸/۵۴	۲۷/۶۱	۸*۲*۴	۴
۴۲۷۱/۵	۱۶/۰۲	۱۷/۴۷	۲۷۳۰/۶۴	۱۰*۳*۷	۵
۵۳۳۳	۳۳/۲۱	۳۴/۰۷	۲۳۷۹/۷۲	۱۲*۳*۸	۶
۷۸۹۹/۶	۴۶/۸۳	۴۸/۹۶	۱۹۴۶/۵۵	۱۴*۴*۸	۷
۱۲۹۱۸	۴۱/۷۴	۴۲/۲۹	۱۶۴۸/۲۲	۱۵*۳*۱۰	۸
۱۸۲۰۶	۵۶/۸۶	۵۸/۴۵	۲۰۹۵/۸۱	۱۷*۴*۱۱	۹
۲۲۵۷۱	۱۱۳/۹	۱۱۶/۳۶	۲۸۵۳/۳۴	۲۰*۵*۱۱	۱۰



شکل ۲. مقایسه مجموع کمبود و موجودی محصول

نتیجه‌گیری

در این تحقیق، مسئله زمان بندی و تعیین اندازه دسته تولیدی محصولات دارای موعد تحویل مشخص، روی ماشین‌های موازی یکنواخت بیان می‌شود. هدف کمینه کردن مجموع هزینه‌های آماده‌سازی، دیرکرد و زودکرد است. آماده سازی در این مسئله، از نوع وابسته به توالی است. زودکرد نیز به صورت هزینه موجودی اضافی تولیدی محصول، پیش از تحویل آن است. دیرکرد نیز به صورت کمبود میزان تولید در هر دوره بیان می‌شود.

با توجه به نتایج، مشخص است که مدل برنامه‌ریزی محدودیتی از نظر زمان حل، کارتر از مدل ریاضی است؛ بنابراین، در ادامه این تحقیق داده‌های واقعی برای مسئله مورد نظر در صنایع فولاد از طریق مدل برنامه‌ریزی

محدودیتی حل و نتایج با سیستم موجود در صنایع

فولادسازی مقایسه شدند.

با توجه به توضیحات داده‌شده و اینکه این مسئله به‌عنوان یک مطالعه موردی بررسی شده است، برای تحقیقات آتی و برای کاربردی‌تر کردن مسئله در واقعیت، یکی از مهم‌ترین روش‌های توسعه این مدل، اضافه کردن بحث تعمیرات و نگهداری است. روش دیگر برای توسعه مسئله، درمورد زمان‌های مربوط به یک سکوننس روی ماشین است که می‌تواند به صورت یک متغیر (نه به صورت پارامتر) وارد مسئله شود. استفاده از توابع هدف دیگری مانند زودکرد و دیرکرد وابسته به زمان یا تابع هدف حداکثر زمان اتمام یا توابع هدف دیگر نیز برای این مسئله قابل بررسی است.

جدول ۲. نتایج حل با داده های فولاد

۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱		
۷	۷	۱۴	۱۴	۱۴	۱۴	۱۴	۱۴	۱۴	۱۴	هر دو سیستم	تعداد روز افق
۱۶۱۱	۱۳۸۷	۳۲۸۱	۹۶۵	۱۰۷۸	۹۵۱	۱۰۹۵	۱۰۲۸	۷۹۰	۹۵۲	هر دو سیستم	تعداد سفارش ها
۶۷	۹۴	۷۱	۳۴	۴۶	۵۵	۶۰	۵۶	۴۲	۵۶	هر دو سیستم	تعداد الگوها
۹	۸	۱۰	۱	۳	۳	۴	۵	۲	۱۲	موجود	تعداد تغییر
۲	۵	۴	۱	۰	۱	۳	۳	۰	۷	پیشنهادی	عرض در طول افق
۱۵۴۳	۳۷۲۷	۶۵۲۲	۰	۲۱۴۲۱	۰	۶۹	۴۶۳۱	۹۷۷۱	۰	موجود	میزان موجودی
۹۴۸۹	۲۱۱	۴۷۱۲	۱۸۶۷	۲۸۷۴	۴۱۳۰	۲۲۳۱	۳۲۱۹	۵۳۶۱	۰	پیشنهادی	کل
۹۰۴۰۰	۴۷۰۰۵	۱۱۲۹۸۳	۲۰۱۶۴	۹۴۵۰	۱۰۰۶۷۷	۶۹۵۱۳	۸۹۲۳۴	۴۲۳۱۶	۱۳۰۱۳	موجود	میزان کمبود
۲۹۵۱۱	۳۲۹۵۰	۵۹۰۱۹	۸۷۲۶	۱۰۹۲۲	۲۱۸۲۷	۳۳۶۱۵	۱۹۹۹۵	۰	۱۰۶۱۲	پیشنهادی	کل
۹	۸	۱۶	۱۶	۱۴	۷	۶	۱۱	۹	۶	موجود	تعداد دفعات
۲	۱	۷	۵	۳	۴	۶	۵	۸	۷	پیشنهادی	انجام میکس
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	موجود	زمان حل
۲۹۵	۳۲۹	۵۴۸	۳۳۱	۳۴۲	۳۷۵	۴۳۹	۳۷۷	۳۴۸	۳۸۰	پیشنهادی	

مراجع

1. Fleischmann, B., and Meyr, H. (1997). "The general lotsizing and scheduling problem", *ORSpectrum*, Vol. 19, No.1?, PP. 11–21.
2. Almada-Lobo, B., Oliveira, J. F., and Carravilla, M.A. (2008). "A note on the capacitated lot-sizing and scheduling problem with sequence-dependent setup costs and setup times", *Computers & Operations Research*, Vol. 35, No.4, PP. 1374–1376.
3. Gupta, D., and Magnusson, T. (2005). "The capacitated lot-sizing and scheduling problem with sequence-dependent setup costs and setup times", *Computer & Operations Research*, Vol. 32, No. 4, PP. 727–747.
4. Clark, A. R., and Clark, S. J. (2000). "Rolling-horizon lot-sizing when set-up times are sequence-dependent", *International Journal of Production Research*, Vol. 38, No. 10, PP. 2287– 2307.
5. James, R. J. W., and Almada-Lobo, B. (2011). "Single and parallel machine capacitated lotsizing and scheduling: New iterative MIP-based neighborhood search heuristics", *Computers & Operations Research*, Vol. 38, No. 12, PP. 1816–1825.
6. Vaez, P., Bijari, M., and Moslehi, G. (2017). "Simultaneous Scheduling and Lot-Sizing with

- Earliness/Tardiness Penalties”, *International Journal of Planning and Scheduling*, in press.
7. Laborie, P., and Godard, D. (2007). “Self-adapting large neighborhood search: application to single-mode scheduling problems”, In *Proceedings of the 3rd Multidisciplinary International Conference on Scheduling: Theory and Applications*, Paris.
 8. Baptiste, P., Laborie, P., Lepape, C., and Nuijten, W. (2006). “Constraint-based scheduling and planning”, In *Handbook of constraint programming*, Elsevier, PP. 761–799.
 9. Zeballos, L., Quiroga, O., and Henning, G. (2010). “A constraint programming model for the scheduling of flexible manufacturing systems with machine and tool limitations”, *Engineering Application of Artificial Intelligence*, Vol. 23, No.2, PP. 229–248.
 10. El Khayat, G. , Langevin, A., and Riopel, D. (2006). “Integrated production and material handling scheduling using mathematical programming and constraint programming”, *European Journal of Operational Research*, Vol. 175, No. 3, PP. 1818–1832.
 11. Shaw, P. (1998). “Using constraint programming and local search methods to solve vehicle routing problems”, In *Proceedings of the 3rd international conference on Principles and Practice of Constraint Programming*, Pisa, Italy, PP. 417–431.
 12. Zhao, Z., and Li, X. (2014). “Scheduling elective surgeries with sequence-dependent setup times to multiple operating rooms using constraint programming”, *Operations Research for Health Care*, Vol. 3, No. 3, PP. 160–167.

واژه‌های لاتین به ترتیب استفاده در متن

1. General Lot-sizing and Scheduling Problem (GLSP)
 2. Capacitated Lot Sizing Problem (CLSP)
 3. Capacitated Lot Sizing Problem - Sequence Dependent (CLSP-SD)
 4. Constraint Programming (CP)
-