

# ارائه روشی برای مدل‌سازی سیستم با مجموعه داده کوچک به کمک شبکه عصبی به منظور بهینه‌سازی آن

حمید حسن‌پور<sup>۱\*</sup>، محمدمهدی علیان‌نژادی<sup>۲</sup>

۱. استاد، آزمایشگاه پردازش تصویر و داده‌کاوی، دانشگاه صنعتی شاهرود

۲. دانشجوی دکتری، آزمایشگاه پردازش تصویر و داده‌کاوی، دانشگاه صنعتی شاهرود

(تاریخ دریافت: ۹۶/۰۲/۱۶، تاریخ دریافت روایت اصلاح‌شده: ۹۶/۰۷/۱۴، تاریخ تصویب ۹۶/۰۷/۱۵)

## چکیده

کمبود داده از مهم‌ترین مشکلات در مدل‌سازی و بهینه‌سازی سیستم‌های واقعی در کاربردهای صنعتی است. روش‌های معمول مدل‌سازی، با داشتن مجموعه داده اندک از یک سیستم، توانمندی لازم را برای مدل‌کردن آن ندارند. در این مقاله روشی برای مدل‌سازی این نوع سیستم‌ها به منظور بهینه‌سازی ارائه شده که از دو مرحله اصلی تشکیل شده است. در مرحله اول به کمک شبکه عصبی، مدلی برای تولید داده‌ها ایجاد می‌شود که با دریافت هر خروجی دلخواه از سیستم، تعیین می‌کند این خروجی ناشی از اعمال چه ورودی‌ای به سیستم بوده است. در مرحله دوم، به کمک الگوریتم ژنتیک روشی برای بهینه‌سازی مدل تولیدشده ارائه می‌شود. در این مقاله، به کمک روش پیشنهادشده می‌توان ورودی‌های منجر به تولید خروجی بهینه را یافت. بهینه‌بودن عملکرد سیستم در تابعی موسوم به تابع برازش بررسی می‌شود. روش ارائه‌شده بر روی یک سری زمانی غیرخطی متغیر با زمان، به وسیله معادله ریاضی مشخص، و یک مجموعه داده واقعی از صنعت کشاورزی ارزیابی شده است. تحلیل نتایج آزمایش‌ها نیز با معیار میانگین مربعات خطا صورت گرفته است. نتایج ارزیابی با این معیار توانمندی این روش را در مدل‌سازی و بهینه‌سازی مجموعه داده‌های این مقاله نشان می‌دهد.

**واژه‌های کلیدی:** الگوریتم ژنتیک، بهینه‌سازی، شبکه عصبی چندلایه، مدل‌سازی سیستم.

## مقدمه

مدل‌سازی به داده‌های متنوعی از سیستم نیاز دارند. با بررسی پژوهش‌ها درمی‌یابیم که در دو دهه گذشته، استفاده کمی از روش‌های مدل‌سازی در صنعت شده است؛ زیرا معمولاً مجموعه داده‌های واقعی در صنعت تنوع لازم را ندارد، همچنین سیستمی که براساس یک مجموعه داده اندک مدل‌سازی می‌شود دقت لازم را ندارد [۳].

یکی از مهم‌ترین مسائل مدل‌سازی و بهینه‌سازی در سیستم‌های واقعی، نبودن داده‌های کافی متناسب با روش مدل‌سازی است [۴]. معمولاً مدل‌سازی سیستم‌های واقعی شامل یک یا چند مشکل از مشکلات زیر است:

۱. مجموعه داده‌های موجود برای آن‌ها کوچک است [۳، ۵]؛

رابطه بین ورودی‌ها و خروجی‌های سیستم غیرخطی است [۵].

هدف این مقاله، ارائه روشی برای مدل‌سازی سیستم‌های واقعی با داده‌های اندک است. به‌عنوان مثال از پیچیدگی مدل‌سازی در سیستم‌هایی با شرایط واقعی،

مدل‌سازی ریاضی به توصیف سیستمی با مفاهیم و زبان ریاضی می‌پردازد [۱]؛ به عبارت دیگر مدل‌سازی به‌دنبال رابطه ریاضی بین ورودی‌ها و خروجی‌های سیستم است. در آنالیز مدل‌سازی یک سیستم، سه هدف بالقوه به‌منظور پیش‌بینی رفتار آن مطرح است:

۱. به ازای یک ورودی دلخواه، خروجی سیستم چه خواهد بود.

۲. چه تغییراتی در سیستم برای تولید یک خروجی دلخواه به ازای الگوی ورودی مشخص لازم است.

۳. اگر امکان تغییر سیستم (جزئی یا کلی) وجود نداشته باشد، برای تولید یک خروجی دلخواه، به چه ورودی نیاز داریم. هدف اول به بیان پردازشی روبه‌جلو می‌پردازد، اما در دو مورد بعدی، به حل یک مسئله معکوس نیاز است [۲].

باید توجه داشت که فنون زیادی برای مدل‌سازی سیستم ارائه شده است. برخی از این روش‌ها برای

احتمال قرار گرفتن در بهینه‌های محلی است. معمولاً فرد خبره تعداد کمی از الگوها را بررسی می‌کند و در هر نوبت به صورت ناگهانی مواد مغذی را تغییر نمی‌دهد و تلاش می‌کند به سمت بهینه‌ای که پیش رو دارد حرکت کند؛ بنابراین احتمال قرارگرفتن در بهینه‌های محلی وجود دارد.

یکی از فنون قوی مدل‌سازی و بهینه‌سازی پارامتری سیستم، روش  $RSM^3$  است که از رگرسیون بر روی نمونه‌های آموزش برای یافتن تابع تقریبی سیستم استفاده می‌کند [۷]. از سوی دیگر روش‌های قوی‌تری بر مبنای شبکه عصبی ارائه شده است. از آنجا که شبکه عصبی توانایی تقریب توابع را دارد، ممکن است برای مدل‌سازی استفاده شود [۸]. روش  $WH^4$  یکی از روش‌های مبتنی بر شبکه عصبی است که اساس روش  $WH$  الگوریتم برنامه‌سازی غیرخطی<sup>۵</sup> است. در شرایطی که داده‌های آموزش به صورت هم‌زمان وجود نداشته باشند، روش  $WH$  به الگوریتم آموزش رقابتی<sup>۶</sup> تبدیل می‌شود [۹].

نویسندگان در مقاله ۱۰ روشی مبتنی بر شبکه عصبی برای بهینه‌سازی محصول چغندر قند پیشنهاد داده‌اند. در این مقاله، وزن چغندر قند و درصد شکر آن براساس الگوی مواد مغذی اعمال شده به خاک با شبکه عصبی پیش‌بینی شده است. روش پیشنهادی در آن مقاله، طی سه مرحله مدل‌سازی را انجام می‌دهد. مجموعه داده‌های آن‌ها کم بوده و نتایج پیش‌بینی با آزمایش‌های واقعی ارزیابی می‌شود. نتایج روش ارائه شده در آن مقاله برای این مسئله توجه می‌کند، اما به مسائل دیگر تعمیم‌پذیر نیست.

معمولاً مدل‌سازی‌ها به دو گروه تقسیم می‌شوند. گروه اول از علت به معلول و گروه دوم از معلول به علت می‌رسند. روش پیشنهادی در این مقاله در گروه دوم جای دارد و از دو بخش عمده تشکیل شده است. در بخش اول، به کمک شبکه عصبی مدلی برای تولید داده‌ها ایجاد می‌شود. این مدل با دریافت هر خروجی دلخواه از سیستم، تعیین می‌کند که این خروجی ناشی از اعمال چه ورودی‌ای بوده است. اغلب، پارامترهای زیادی با نقش‌های متفاوت در پیش‌بینی خروجی یک سیستم مؤثر هستند و معمولاً همه آن‌ها در مدل‌سازی آن سیستم بررسی نمی‌شوند. بر اساس این انتظار می‌رود مدلی که با دریافت خروجی دلخواه مشخص کند این خروجی را چه ورودی‌ای تولید می‌کند،

آبیاری قطره‌ای درختان انگور را در نظر گیرید. ورودی این سیستم، یک الگو از آبیاری درخت انگور است که نشان می‌دهد که در چه روزهایی از سال و در چه ساعاتی از روز، و در هر مرحله چند قطره آب به درخت داده شود. خروجی سیستم، میزان محصول انگور را با توجه به الگوی آبیاری نشان می‌دهد. از طریق این سیستم، آزمایش عملی الگوهای مختلف آبیاری بر روی یک مزرعه و یافتن میزان محصول برحسب الگوی ورودی مقدور نیست. در مسئله بهینه‌سازی کشت انگور با توجه به الگوی آبیاری، تهیه مجموعه داده از سه روش مقدور است:

الف) بهره‌گیری از الگوی متفاوتی از آبیاری در سال‌های مختلف؛

ب) تقسیم‌بندی مزرعه و بهره‌گیری از الگوی متفاوت در قسمت‌های مختلف مزرعه.

ج) ترکیبی از دو روش قبلی.

از آنجا که اجرای هر یک از روش‌های فوق بسیار زمان‌بر است، عملاً تهیه مجموعه داده بزرگ امکان‌پذیر نیست و با مشکلاتی همراه است؛ البته میزان محصول انگور علاوه بر شیوه آبیاری، به پارامترهای دیگری نظیر جنس خاک و میزان کود نیز وابستگی دارد که در مطالعه حاضر بررسی نمی‌شود؛ بنابراین پیش‌بینی میزان محصول درخت از روی الگوی آبیاری مشکل است.

به‌طور کلی مسائل بهینه‌سازی به دو دسته بهینه‌سازی پارامتری<sup>۱</sup> و بهینه‌سازی کنترلی<sup>۲</sup> تقسیم می‌شوند. بهینه‌سازی پارامتری عبارت است از یافتن مقادیر متغیرهای تصمیم‌گیری (پارامترها) به شرطی که تابع تصمیم‌گیری حداقل یا حداکثر شود؛ به عبارت دیگر هدف بهینه‌سازی پارامتری، بیشینه یا کمینه کردن تابع  $f(x_1, x_2, \dots, x_N)$  است که در آن  $x_i$  متغیر تصمیم‌گیری  $i$ ام است. برای بهینه‌سازی پارامتری به یک ارزیابی عددی از سیستم نیاز است که با  $f(\cdot)$  نشان داده شده است. هدف بهینه‌سازی کنترلی، پیدا کردن دنباله‌ای از وضعیت‌های سیستم برای رسیدن به وضعیت بهینه است. در بهینه‌سازی کنترلی نیز وضعیت سیستم با مشخصه‌های عددی تعریف می‌شود [۶].

یکی از مشکلات روش‌های تجربی برای بهینه‌سازی، طولانی بودن فرایند انجام آزمایش‌های مختلف، و دیگری

انجام می‌شود. هدف از به‌کارگیری الگوریتم ژنتیک حداقل یا حداکثر کردن تابع ارزیابی سیستم است.

### مرحله اول: نرمال‌سازی داده‌ها

هدف از این مرحله نرمال‌کردن الگوهای ورودی و خروجی متناظر است. از آنجا که آموزش شبکه عصبی چندلایه پرسپترون با داده‌های نرمال ساده‌تر انجام می‌شود، داده‌ها در این مرحله نرمال‌سازی می‌شوند. از سوی دیگر، شبکه عصبی‌ای که در مرحله دوم استفاده می‌شود، در لایه خروجی خود یک تابع فعال‌ساز نرمال دارد؛ بنابراین خروجی‌های شبکه همواره نرمال خواهند بود. برای حفظ یکپارچگی در روش ارائه‌شده تمام داده‌ها به‌صورت نرمال استفاده می‌شوند.

گفتنی است در عمل نرمال‌سازی، تمام داده‌ها به بازه بین صفر و یک نگاشت داده می‌شود. اگر حداکثر و حداقل مقدار مجاز برای داده نام که با  $d_i$  نشان داده می‌شود به ترتیب  $ub_i$  و  $lb_i$  باشد، داده  $i$  ام نرمال شده  $d_i^n$  خواهد بود. گاهی محدوده مجاز برای یک داده همان محدوده مورد مطالعه است. با کمک رابطه زیر، الگوهای ورودی و نتایج خروجی سیستم نرمال‌سازی می‌شود.

$$d_i^n = \frac{d_i - lb_i}{ub_i - lb_i} \quad (1)$$

### مرحله دوم: مدل‌سازی سیستم

همان‌طور که بیان شد یکی از اهداف بالقوه مدل‌سازی، تعیین ورودی سیستم برای تولید خروجی دلخواه است؛ بدین منظور در این بخش مدلی برای سیستم طراحی می‌شود که با دریافت هر خروجی دلخواه از سیستم، تعیین می‌کند که این خروجی می‌تواند ناشی از اعمال چه ورودی‌ای به سیستم باشد؛ به عبارت دیگر، ورودی‌ها و خروجی‌های مدل به ترتیب، خروجی‌ها و ورودی‌های سیستم هستند.

ماتریس الگوهای ورودی  $P = [p_i]_{N_{in} \times N_p}$  و نتایج خروجی  $O = [o_i]_{N_{out} \times N_p}$  را در نظر بگیرید. در  $P$  و  $O$  هر ستون نمایانگر یک الگوی ورودی و نتیجه خروجی متناظر با آن است. روش ارائه‌شده در این بخش بر شبکه عصبی مبتنی است. بردار  $F$  و  $Net$  به‌عنوان ویژگی پیروز، شبکه پیروز و با مقدار تهی در نظر گرفته می‌شود. شبکه پیروز

در مقایسه با مدلی که با دریافت ورودی سیستم، خروجی متناظر آن را تولید می‌کند، خطای کمتری داشته باشد.

در بخش دوم، روشی برای بهینه‌سازی پارامتری مدل تولیدشده با الگوریتم ژنتیک [۱۱-۱۳] ارائه شده است. هدف این بهینه‌سازی، یافتن ورودی‌هایی از سیستم است که بتواند خروجی بهینه را تولید کند. ارزیابی میزان بهینه‌بودن وضعیت سیستم را باید تابعی عددی مشخص کند. ادامه این مقاله به شرح زیر مرتب شده است.

در بخش دوم، روش پیشنهادی معرفی شده است. بخش سوم شامل آزمایش روش پیشنهادی بر روی دو دسته داده، داده تولیدشده با معادله ریاضی مشخص و داده‌ای از صنعت کشاورزی است و در بخش چهارم نتیجه‌گیری مقاله ارائه می‌شود.

### روش ارائه‌شده

فرض کنید هیچ توصیف دقیقی از رفتار سیستم در اختیار نباشد و هدف، مدل‌سازی و بهینه‌سازی سیستم  $S$  با  $N_p$  الگوی اعمال‌شده به آن باشد. الگوهای ورودی و نتایج خروجی سیستم به ترتیب با  $P = \{p_1, p_2, \dots, p_{N_p}\}$  و  $O = \{o_1, o_2, \dots, o_{N_p}\}$  مشخص می‌شود. اگر فرض شود هر الگوی ورودی  $N_{in}$  بعدی و نتیجه خروجی متناظر با آن  $N_{out}$  بعدی باشد،  $p_i$  و  $o_i$  به ترتیب بردارهایی با طول  $N_{in}$  و  $N_{out}$  و نمایانگر الگوی نام سیستم و خروجی متناظر با آن هستند. با توجه به فرض کوچک‌بودن مجموعه داده‌های سیستم،  $N_p$  به‌قدر کافی بزرگ نیست که بتوان از روش‌های مستقیم به مدل‌سازی سیستم پرداخت.

الگوریتم پیشنهادشده در این مقاله شامل سه مرحله اساسی است. از آنجا که آموزش شبکه عصبی با داده‌های نرمال بهتر انجام می‌شود، در مرحله اول، داده‌ها نرمال‌سازی می‌شوند. در مرحله دوم نیز مدلی برای تعیین ورودی لازم به‌منظور گرفتن هر خروجی دلخواه از سیستم ساخته می‌شود. در این مرحله با کمک شبکه عصبی چندلایه پرسپترون، روابط صریحی از روی خروجی‌های سیستم به ورودی‌های آن تولید می‌شود. ضرایب این روابط همان وزن‌های شبکه عصبی است. در این مرحله مسئله اصلی به مسئله بهینه‌سازی پارامتری تبدیل می‌شود. در مرحله سوم، با کمک الگوریتم ژنتیک، بهینه‌سازی پارامتری سیستم

ویژگی پیروز جاری، مقدار ویژگی را با الگوریتم پیش‌خور محاسبه کرد.

در آزمایش‌های انجام‌شده در این پژوهش، شبکه‌های عصبی از نوع MLP<sup>۱۴</sup> است. همچنین تعداد نرون‌های لایه مخفی با روش سعی و خطا محاسبه شده است. روش آموزش شبکه عصبی، انتشار خطای رو به عقب<sup>۸</sup> است. تابع فعال‌ساز شبکه عصبی نیز تابع سیگموئید در نظر گرفته شده است. اگرچه در مقاله حاضر از این ساختار استفاده شده است، محدودیتی در انتخاب نوع شبکه عصبی و روش آموزش آن وجود ندارد.

### مرحله سوم: بهینه‌سازی با الگوریتم ژنتیک

همان‌طور که بیان شد برای بهینه‌سازی سیستم به ارزیابی عددی از سیستم نیاز است؛ به عبارت دیگر باید معیاری برای بیان میزان بهینه‌بودن سیستم مشخص شود. این معیار ارزیابی با توجه به مسئله تعریف می‌شود. فرض کنید تابع  $f(i_1, i_2, \dots, i_l, o_1, o_2, \dots, o_o)$  تابع ارزیابی سیستم باشد که  $i_j, o_j, I$  و  $O$  به ترتیب ورودی، خروجی، تعداد کل ورودی‌ها و تعداد کل خروجی‌های سیستم است. در این مرحله با کمک مدل ساخته‌شده در مرحله قبل و الگوریتم ژنتیک، بهینه‌سازی سیستم انجام می‌شود. الگوریتم ژنتیک با توانایی کار در مسائلی با فضای فرضیه پیچیده (تأثیر اجزای مسئله در فرضیه کلی ناشناخته باشد) و در فضای جست‌وجوی بزرگ، روش بهینه‌سازی مناسبی برای سیستم‌های پیچیده است. اگرچه این الگوریتم تضمینی برای رسیدن به پاسخ بهینه ندارد، همواره پاسخ‌های به‌دست‌آمده با الگوریتم ژنتیک از بهترین پاسخ‌های ممکن خواهد بود و احتمال قرارگرفتن آن در بهینه محلی اندک است. این الگوریتم روشی مبتنی بر تکامل بیولوژیک است که در هر مرحله مجموعه‌ای از فرضیه‌ها با جایگزینی بخشی از فرضیه‌های فعلی با فرزندان که از بهترین فرضیه‌های موجود حاصل شده‌اند، به‌دست می‌آید [۱۵-۱۷].

کروموزوم مناسب برای الگوریتم ژنتیک شامل همه خروجی‌های سیستم  $S$  است؛ بنابراین تعداد ژن‌های هر کروموزوم با  $N_{out}$  برابر است. با توجه به اینکه همه داده‌های موجود در مسئله از قبل نرمال‌سازی می‌شوند، ژن‌ها مقادیری حقیقی بین صفر تا یک دارند.

بهترین شبکه‌ای است که در این مرحله پارامتر سیستم را پیش‌بینی می‌کند که ویژگی پیروز نامیده می‌شود. تا زمانی که مجموعه  $P$  هنوز تهی نشده باشد، برای مدل‌سازی سیستم مراحل زیر تکرار می‌شود:

۱. شبکه‌های عصبی چندلایه‌ای برای پیش‌بینی تک‌تک ویژگی‌های الگوهای ورودی از روی مجموعه  $O$  طراحی می‌شود (ورودی‌های شبکه‌های عصبی در هر مرحله، مجموعه  $O$  است و خروجی آن‌ها، تنها یک نرون متناظر با یک ویژگی الگوی ورودی است؛ بنابراین تعداد شبکه‌های عصبی طراحی‌شده همان تعداد ویژگی‌های بردار ورودی است).

۲. داده‌ها به سه مجموعه آموزش، ارزیابی و آزمایش تقسیم می‌شوند. این تقسیم‌بندی با توجه به شرایط مسئله تغییر می‌کند. داده‌های آموزش برای آموزش شبکه عصبی کاربرد دارد. داده‌های ارزیابی به‌منظور اندازه‌گیری میزان عمومیت شبکه عصبی و نیز توقف آموزش آن استفاده می‌شود. داده‌های آزمایش نیز در روند آموزش شبکه عصبی اثری ندارند و از آن‌ها برای اندازه‌گیری مستقل از عملکرد شبکه عصبی پس از آموزش استفاده می‌شود.

۳. شبکه‌های عصبی طراحی‌شده آموزش داده می‌شوند.  
۴. شبکه‌ای که کمترین خطا را در پیش‌بینی داشته باشد، به‌عنوان شبکه پیروز و خروجی شبکه به‌عنوان ویژگی پیروز در نظر گرفته می‌شود.

۵. ویژگی پیروز و شبکه پیروز به ترتیب به انتهای بردارهای  $F$  و  $Net$  اضافه می‌شود.

۶. ویژگی پیروز از ماتریس  $P$  حذف، و به ماتریس  $O$  اضافه می‌شود (این عمل معادل حذف یک سطر از ماتریس  $P$  و اضافه کردن آن به ماتریس  $O$  است).

پس از انجام مراحل بالا، مدل‌سازی سیستم پایان می‌یابد. در این مدل‌سازی، با داشتن خروجی می‌توان الگوهای ورودی را پیش‌بینی کرد.  $F = \{f_1, f_2, \dots, f_{N_{in}}\}$  و  $Net = \{net_1, net_2, \dots, net_{N_{in}}\}$  به ترتیب بردارهای ویژگی و شبکه پیروز در فرایند مدل‌سازی هستند که در آن‌ها  $f_i$  و  $net_i$  ویژگی و شبکه پیروز در مرحله نام است. برای پیش‌بینی تمام ویژگی‌های الگوی ورودی از روی خروجی شبکه می‌توان کل بردار  $F$  را پیمایش، و در هر مرحله از روی شبکه متناظر با

هدف این آزمایش پیدا کردن مقادیر  $x$  و  $y$  به شرط کمینه‌بودن مقدار  $z$  است. علاوه بر این کمینه‌بودن لازم است حاصل جمع دو مقدار  $x$  و  $y$  نیز بیشینه شود. همان‌قدر که کمینه‌بودن  $z$  اهمیت دارد، بیشینه‌شدن دو مقدار  $x$  و  $y$  نیز مهم است؛ بنابراین تابع ارزیابی سیستم وابسته  $x$ ،  $y$  و  $z$  است.

گفتنی است چهل الگو از سری زمانی بالا به صورت یکنواخت انتخاب شده و به‌عنوان الگوهای اعمال شده در نظر گرفته می‌شود. با روش ارائه‌شده در این مقاله، مدل‌سازی به‌منظور بهینه‌سازی سیستم انجام می‌شود. در اولین مرحله، داده نرمال‌سازی، و در مرحله بعد با همین ۴۰ داده بردارهای  $F$  و  $Net$  ساخته می‌شود. در جدول ۱ مشخصات شبکه‌های پیروز نوشته شده است. برای محاسبه خطای ارزیابی شبکه ۱۰۰۰ داده به‌صورت یکنواخت (از نظر فاصله زمانی) تولید شده است. با این داده‌ها خطای شبکه محاسبه شده است، اما این خطا در هیچ بخشی از الگوریتم استفاده نشده است و صرفاً برای ارزیابی عملکرد شبکه کاربرد دارد. با کمک بردارهای  $F$  و  $Net$  می‌توان کل سری زمانی را مدل‌سازی کرد. با مدل پیاده‌سازی شده، ۱۰۰۰ الگو از  $x$ ،  $y$  و  $z$  تولید شده است.

محاسبه خطای ارزیابی الگوهای به‌دست‌آمده با روابط ریاضی موضوع ساده‌ای نیست؛ زیرا روابط ریاضی بین متغیرهای  $x$ ،  $y$  و  $z$  پیچیده و تنها رفتار  $x$ ،  $y$  و  $z$  در طول زمان به‌طور مستقل مشخص است. فرض کنید دو زوج  $(X_1, Y_1, Z_1)$  و  $(X_2, Y_2, Z_2)$  وجود دارند. با توجه به اینکه رفتار مدل پیشنهادی قطعی و تنها ورودی مدل  $z$  است، اگر  $Z_1$  به‌قدر کافی به  $Z_2$  نزدیک باشد آنگاه ممکن است مقادیر  $X_1$  و  $X_2$ ، همچنین مقادیر  $Y_1$  و  $Y_2$  با هم برابر باشند؛ بنابراین خطا در سه راستای  $z$ ،  $x$  و  $y$  محاسبه می‌شود. در صورتی که مقدار خطا در راستای  $z$  زیاد شود، محاسبات خطا در راستای  $x$  و  $y$  پذیرفته نیست.

شایان ذکر است که تابع برازندگی، معیار مقایسه بین کروموزوم‌هاست. الگوریتم ژنتیک به کمک این تابع، مسیر رسیدن به بهینه را می‌پیماید. در صورتی که تابع برازندگی به‌خوبی انتخاب نشود، الگوریتم ژنتیک کارایی خود را از دست می‌دهد. فرض کنید  $F = \{f_1, f_2, \dots, f_{N_{in}}\}$  و  $Net = \{net_1, net_2, \dots, net_{N_{in}}\}$  به‌ترتیب بردارهای ویژگی و شبکه پیروز در فرایند مدل‌سازی باشد که در آن‌ها  $f_i$  و  $net_i$  ویژگی و شبکه پیروز در مرحله نام باشد. برای پیش‌بینی تمام ویژگی‌های الگوی ورودی از روی خروجی شبکه، می‌توان کل بردار  $F$  را پیمایش، و در هر مرحله از روی شبکه متناظر با ویژگی پیروز جاری، مقدار ویژگی را با الگوریتم پیش‌خور محاسبه کرد. با این کار الگوی ورودی متناظر با خروجی سیستم  $S$  محاسبه می‌شود. تابع برازندگی نیز با توجه به خواسته مسئله و از روی وضعیت سیستم محاسبه می‌شود.

### آزمایش‌های انجام‌شده

در این بخش به‌منظور ارزیابی عملکرد روش ارائه‌شده دو آزمایش انجام شده است. در آزمایش اول، بهینه‌سازی بر روی یک سری زمانی با معادله ریاضی مشخص انجام شده است. معادله ریاضی برای اعتبارسنجی روش ارائه‌شده استفاده می‌شود. از سوی دیگر در آزمایش دوم، بهینه‌سازی بر روی یک سری داده‌های واقعی کشاورزی انجام شده است. اعتبارسنجی این آزمایش نیز با آزمایش‌های تجربی ارزیابی شده است.

### آزمایش اول

روش ارائه‌شده در این مقاله، بر روی یک سری زمانی با معادله ریاضی مشخص پیاده‌سازی شده است. معادلات ریاضی سری زمانی در زیر آمده است. این مدل ریاضی غیرخطی، قطعی و پیوسته است. برای مدل‌سازی و بهینه‌سازی در نقاط زمانی  $t=25, 50, \dots, 975, 1000$  نمونه‌برداری انجام شده است؛ به عبارت دیگر مقدار سری زمانی تنها در همین ۴۰ نقطه به‌عنوان داده‌های آموزش انتخاب شده است.

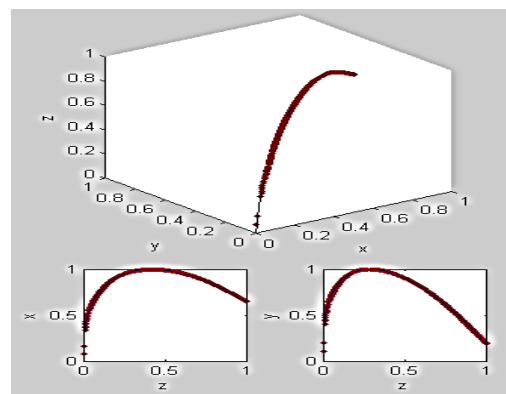
$$\begin{aligned} x &= 0.1\sqrt[3]{t} * \sqrt[1000]{e^t} - 2t^3 * 10^{-10} \\ y &= -10^{-9}t^3 - 5 * 10^{-6}t^2 - \tan(10^{-3}t) \\ &\quad - \log(1 + 0.001t) + 15x \\ z &= 10^{-9}t^3 + \sqrt[1000]{e^t} + 10^{-5}t^2 \end{aligned}$$

(۲)

مقادیر  $x$  و  $y$  را پیش‌بینی می‌کند. با کمک الگوریتم ژنتیک باید مقادیر  $x$  و  $y$  را به‌گونه‌ای پیدا کرد که مقدار  $z$  کمینه شود. علاوه بر کمینه‌شدن این مقدار، باید حاصل جمع دو مقدار  $x$  و  $y$  نیز بیشینه شود. همان اندازه که کمینه‌بودن مقدار  $z$  اهمیت دارد، بیشینه‌بودن حاصل جمع  $x$  و  $y$  نیز مهم است؛ به همین دلیل تابع برازندگی کروموزوم به‌صورت زیر تعریف شده است.

$$FT_{permissible} = -x - y + z \quad (3)$$

جدول ۳ نتایج بهینه‌سازی را برای سری زمانی نشان می‌دهد. سطر اول جدول مربوط به مقدار بهینه واقعی سری زمانی است. این سطر به‌عنوان مرجع محاسبات در نظر گرفته می‌شود. سطر دوم، مقدار بهینه محاسبه‌شده با الگوریتم را نشان می‌دهد. دو سطر آخر نیز خطای مطلق را نشان می‌دهد. نتایج معیار ارزیابی خطای مطلق نشان می‌دهد که روش ارائه‌شده به‌خوبی توانسته است سری زمانی با تعداد ۴۰ الگوی آموزشی را مدل کند و بهینه‌سازی را روی آن انجام دهد.



شکل ۱. نمودار پیش‌بینی سری زمانی مربوط به آزمایش اول. نقاط قرمز رنگ: نقاط پیش‌بینی‌شده، خط آبی: نقاط سری زمانی واقعی. نمودار بالا: نمودار پیش‌بینی سری زمانی در فضای  $x-y$ ، نمودار پایین چپ: نمایش پیش‌بینی سری زمانی در صفحه  $x-z$ ، نمودار پایین راست: نمایش

شایان ذکر است که کروموزوم الگوریتم ژنتیک در این بخش تنها یک ژن دارد و آن مقدار نرمال‌شده  $z$  است؛ بنابراین محدوده مجاز برای هر ژن عددی بین صفر تا یک است. تابع برازندگی با بردارهای ویژگی و شبکه پیروز،

جدول ۱. مشخصات شبکه‌های پیروز برای سری زمانی

ورودی شبکه پیروز	خروجی شبکه پیروز	خطای آموزش شبکه (MSE)	خطای ارزیابی شبکه (MSE)
$z$	$X$	$1,2935e-5$	$1,0155e-4$
$x$ و $z$	$Y$	$1,2388e-5$	$1,3643e-4$

جدول ۲. خطای پیش‌بینی مقادیر  $x$  و  $y$  براساس مقدار  $z$  (در حالت نرمال‌شده) در سری زمانی آزمایش اول. کوچک بودن مقدار خطا در راستای  $x$  و  $y$  نشانگر صحت مدل‌سازی شبکه است (خطا در راستای  $z$  به‌قدر کافی کوچک است).

خطا در راستای $z$	خطا در راستای $x$	خطا در راستای $y$	میانگین مربعات خطا (MSE)
$4,12e-10$	$2,2054e-5$	$1,7282e-5$	$4,12e-10$
$1,650e-5$	$2,4e-3$	$2,3e-3$	میانگین قدر مطلق خطا (MAE)

جدول ۳. نتایج بهینه‌سازی سری زمانی آزمایش اول

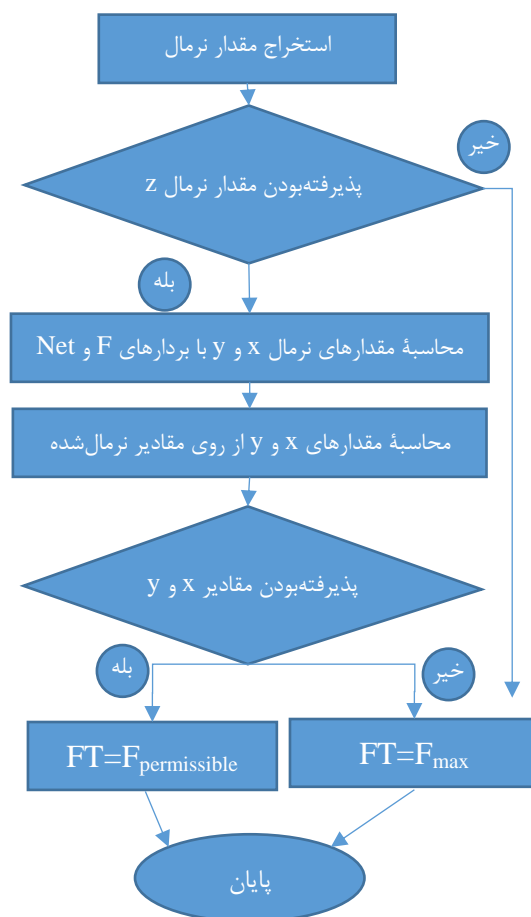
$z$	$y$	$x$	
۳,۲۱۴۹	۱۲,۹۹۹۰	۰,۹۷۷۳	مقدار بهینه واقعی
۳,۲۴۵۷	۱۲,۰۷۸۶	۰,۹۸۳۹	مقدار بهینه محاسبه‌شده
۰,۰۳۰۸	۰,۰۷۹۶	۰,۰۰۶۶	خطای مطلق
۰,۰۰۲۴	۰,۰۰۵۹	۰,۰۰۵۹	خطای مطلق در حالت نرمال

مواد مغذی موجود در خاک انجام شده که هدف آن بهینه‌سازی وزن و درصد شکر چغندر قند است. در

## آزمایش دوم

در این آزمایش مدل‌سازی محصول چغندر قند، براساس

پیش‌بینی این وزن و درصد عوامل زیادی مانند نوع خاک و میزان مواد مغذی موجود در آب مؤثر است. مهم‌ترین مواد مغذی مؤثر در تولید چغندر قند، K، Ca، Mg، Na و N است [۱۰]. در این آزمایش هدف مدل‌سازی به‌منظور بهینه‌سازی وزن ریشه و درصد شکر چغندر قند است.



شکل ۲. الگوریتم تابع برازندگی برای بهینه‌سازی مقدار Z با توجه به مقادیر X و Y در آزمایش اول

مواد مغذی در خاک را تولید کرده‌اند. بخشی از این الگوها در جدول آمده است. این مجموعه داده در [۱۰] آمده است. هر الگو شامل میزان مواد مغذی افزوده‌شده به خاک (K، Ca، Mg، Na و N) است. برای هر الگوی موجود در این مجموعه، وزن ریشه و درصد شکر چغندرهای تولیدی توسط آن الگو نیز موجود است [۱۰].

#### پایگاه داده مورد استفاده

سه مجموعه آزمایش برای بررسی تأثیر مواد مغذی موجود در خاک بر روی وزن ریشه و درصد شکر چغندر قند انجام شده است. دو سری آزمایش در مزرعه تحقیقاتی دانشگاه صنعتی شاهرود در سال‌های ۱۳۸۳ تا ۱۳۸۶ صورت گرفته و در سال ۱۳۸۷ آزمایشی در ایستگاه تحقیقاتی رودشت اصفهان انجام شده است. این آزمایش‌ها مجموعاً ۳۷ الگوی

جدول ۴. بخشی از نتایج آزمایش‌های انجام‌شده برای بررسی تأثیر میزان مواد مغذی افزوده‌شده به خاک، وزن چغندر و درصد شکر آن به ترتیب مقادیر مربوط به درصد شکر، وزن ریشه، کلسیم، منیزیم، نیتروژن، پتاسیم و سدیم

S %	W ton ha <sup>-1</sup>	Ca %	Mg %	N %	K meq/100g	Na %
۱۱,۳	۵۰,۰	۰,۳۶۶۷	۰,۳۴۹۷	۰,۹۷۰۶	۴,۶۶۷۷۸	۰,۳۲۵۳
۱۱,۵	۵۰,۴	۰,۳۶۶۷	۰,۳۴۹۹	۰,۹۷۱۷	۴,۷۶۳۸۵	۰,۳۸۲۸
۱۱,۷	۵۰,۸	۰,۳۶۶۷	۰,۳۵۰۱	۰,۹۷۲۸	۴,۸۶۹۰۸	۰,۴۵۱۷
۱۱,۹	۵۱,۲	۰,۳۶۶۷	۰,۳۵۰۲	۰,۹۷۳۸	۴,۹۸۰۸۰	۰,۵۳۱۷
۱۲,۱	۵۱,۶	۰,۳۶۶۷	۰,۳۵۰۴	۰,۹۷۹۴	۵,۱۰۰۴۲	۰,۶۲۵۰
۱۲,۳	۵۲,۰	۰,۳۶۶۷	۰,۳۵۰۵	۰,۹۷۵۹	۵,۲۲۴۴۵	۰,۷۲۹۸
۱۲,۵	۵۲,۴	۰,۳۶۶۷	۰,۳۵۰۷	۰,۹۷۶۹	۵,۳۵۴۰۹	۰,۸۴۸۱
۱۷,۱	۶۱,۶	۰,۴۰۶۰	۰,۳۷۷۶	۰,۹۲۸۷	۶,۹۸۰۵۱	۳,۴۷۲۹
۱۷,۳	۶۲,۰	۰,۴۰۰۲	۰,۳۶۰۷	۰,۹۰۷۲	۶,۶۰۳۷۱	۳,۰۷۰۲
۱۷,۵	۶۲,۴	۰,۳۹۲۳	۰,۳۳۷۶	۰,۸۷۳۵	۵,۰۱۰۹۹	۱,۰۴۴۴
۱۷,۷	۶۲,۸	۰,۳۸۴۵	۰,۳۳۸۰	۰,۸۵۴۱	۵,۰۹۴۳۴	۱,۳۰۶۴
۱۷,۹	۶۳,۲	۰,۳۷۸۰	۰,۳۶۴۸	۰,۸۳۹۲	۵,۹۱۰۶۴	۲,۶۸۳۳
۱۸,۱	۶۳,۶	۰,۳۷۳۳	۰,۳۹۷۸	۰,۸۱۸۶	۴,۷۹۸۵۴	۱,۰۵۷۳
۱۸,۳	۶۴,۰	۰,۳۷۰۳	۰,۴۱۰۲	۰,۸۱۰۲	۴,۳۵۸۹۱	۰,۶۰۴۱
۱۸,۵	۶۴,۴	۰,۳۶۸۵	۰,۴۰۲۸	۰,۸۰۶۹	۴,۴۸۴۵۲	۰,۸۷۰۰۶

#### پایاده‌سازی و تحلیل نتایج به‌دست‌آمده

از آنجا که با ۳۷ نمونه امکان مدل‌سازی و بهینه‌سازی چنین سیستم پیچیده‌ای به روش‌های معمولی وجود ندارد، از روش ارائه‌شده در این مقاله برای مدل‌سازی و بهینه‌سازی سیستم استفاده شده است. برای نشان‌دادن درستی این روش در این مقاله، ۳۵ داده به‌عنوان داده‌های آموزش و آزمایش، استفاده شده است. دو داده حذف‌شده از این الگوها برای ارزیابی، بهترین الگوها از نظر میزان تولید چغندر است. از این ۳۵ داده، ۸۰ درصد برای آموزش و بقیه برای آزمایش کاربرد دارد. اولین مرحله روش ارائه‌شده در این مقاله، نرمال‌سازی داده‌هاست. تحلیل آماری برای مواد

مغذی افزودنی به خاک و محدوده مورد مطالعه برای وزن

ریشه و درصد شکر چغندر نیز در جدول ۵ آمده است. با الگوریتم مطرح‌شده در مرحله دوم، بردارهای شبکه و ویژگی پیروز ساخته شده است. جدول ۶ مشخصات شبکه‌های پیروز را نشان می‌دهد. خطای آزمایش شبکه مربوط به همان دو الگوی بهتر از مجموعه داده است که در روند آموزش حذف شده است. جدول ۷ نشان می‌دهد الگوریتم ارائه‌شده به‌خوبی دو الگوی حذف‌شده را پیش‌بینی می‌کند. در جدول مقایسه‌ای بین روش پیشنهادی با سه روش دیگر انجام شده است و نتایج نشان می‌دهد در این مسئله عملکرد روش پیشنهادی بهتر بوده است.

جدول ۵. تحلیل آماری برای مواد مغذی افزودنی به خاک و محدوده مورد مطالعه برای وزن ریشه و درصد شکر چغندر

ویژگی	مینیمم	ماکزیمم	میانگین	انحراف
کلسیم (%)	۰,۳۱	۰,۴۲	۰,۳۵۵	۰,۱۱
منیزیم (%)	۰,۳۳	۰,۴۱	۰,۳۷۱	۰,۰۸
نیتروژن (%)	۰,۸۲	۰,۹۷	۰,۹۰۰	۰,۱۵
پتاسیم (meq/100g)	۴,۴۳	۶,۷۰	۵,۶۷۴	۲,۲۷
سدیم (%)	۰,۶۲	۳,۱۱	۱,۹۰۷	۲,۴۹
درصد شکر (%)	۱۴,۱۱	۱۸,۳۶	۱۶,۳۷۸	۴,۲۵
وزن چغندر (ton ha <sup>-1</sup> )	۱۴,۱۱۰	۶۴,۴۵۰	۴۰,۱۲۰	۵۰,۳۴۰



جدول ۶. مشخصات شبکه‌های پیروز برای بهینه‌سازی چغندر قند

خطای داده‌های آزمایش شبکه (MSE)	خطای داده‌های ارزیابی شبکه (MSE)	خروجی شبکه پیروز	ورودی شبکه پیروز	شبکه
۴,۳۱۸۸۰e-۷	۲,۴۴۳۱e-۷	Ca	S,W	شبکه اول
۷,۱۰۱۵۵e-۵	۱,۹۷۴۵e-۷	N	S,W,Ca	شبکه دوم
۳,۳۴۰۶۸e-۲	۱,۵۷۶۶e-۳	Mg	S,W,Ca,N	شبکه سوم
۵,۲۶۱۲۱e-۳	۲,۲۸۲۹۸e-۹	K	S,W,Ca,N,Mg	شبکه چهارم
۱,۶۶۱۷۶e-۲	۱,۲۲۹۳e-۱۰	Na	S,W,Ca,N,Mg,K	شبکه پنجم

جدول ۷. مقایسه روش پیشنهادی با روش‌های دیگر

خطای داده‌های آزمایش (MSE)	ورودی‌ها و خروجی‌ها	سازمان‌دهی داده‌ها	روش
۰,۰۶۱۱	ورودی‌های شبکه: K, Ca, Mg, Na و N خروجی‌های شبکه: S و W	۳۰ داده برای آموزش، ۵ داده برای ارزیابی و ۲ داده بهتر برای آزمایش	شبکه عصبی MLP مستقیم
۰,۰۲۳۳	ورودی‌های شبکه: S و W خروجی‌های شبکه: K, Ca, Mg, Na و N	۳۰ داده برای آموزش، ۵ داده برای ارزیابی، ۲ داده بهتر برای آزمایش	شبکه عصبی MLP وارون
۰,۳۵۹۱	ورودی‌های شبکه: S و W خروجی‌های شبکه: K, Ca, Mg, Na و N	۳۵ داده برای آموزش، ۲ داده بهتر برای آزمایش	رگرسیون خطی چند متغیره <sup>۱۱</sup> [۱۸]
۰,۰۱۱۱	ورودی‌های شبکه: S و W خروجی‌های شبکه: K, Ca, Mg, Na و N	۳۰ داده برای آموزش، ۵ داده برای ارزیابی، ۲ داده بهتر برای آزمایش	روش پیشنهادی

$\psi_{suger}(\cdot)$  درآمد خالص ناشی از فروش شکر است. همان‌طور که مشخص است علاوه بر هزینه مواد مغذی، هزینه‌های دیگری نیز وجود دارد که در این مطالعه بررسی نشده‌اند و در بهینه‌سازی مطرح شده نقش مقدار بایاس را دارند. از آنجا که الگوریتم ژنتیک از تابع برازندگی به‌عنوان مقایسه‌گر بین چند کروموزوم استفاده می‌کند، مقدار بایاس در تابع برازندگی بی‌تأثیر است.

$$FT_{permissible} = \psi_{nutrient}(\text{nutrient parameters}) - \psi_{suger}(S * w/100) \quad (4)$$

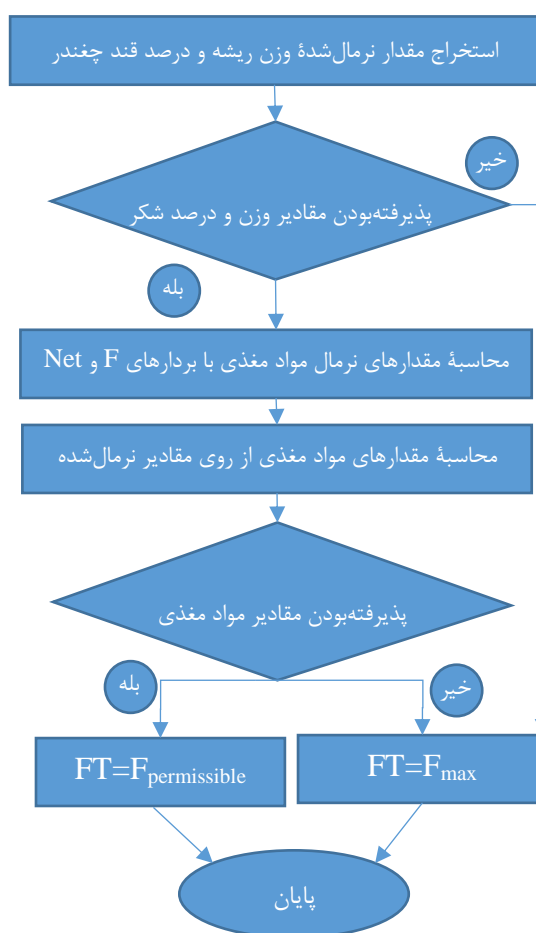
در مرحله سوم، الگوریتم ژنتیک وظیفه بهینه‌سازی را عهده‌دار است. در این آزمایش، امکان اعتبارسنجی بخش بهینه‌سازی وجود ندارد؛ اما شاید با یک آزمایش واقعی بتوان آن را ارزیابی کرد. به‌منظور بهینه‌سازی کافی است کروموزوم انتخاب‌شده برای الگوریتم ژنتیک، شامل دو عدد حقیقی بین صفر و یک مربوط به مقادیر نرمال‌شده وزن چغندر و درصد شکر چغندر قند باشد.

فلوچارت تابع برازندگی الگوریتم ژنتیک در شکل ۴ آمده است. رابطه ۴ تابع بهینه‌بودن یک الگوی مناسب از مواد مغذی را نشان می‌دهد. در این رابطه  $\psi_{nutrient}(\cdot)$  قیمت الگوی مواد مغذی اعمال‌شده به خاک است که هزینه مصرفی را برای تولید چغندر نشان می‌دهد.

مقدار نرمال درصد شکر

مقدار نرمال وزن ریشه چغندر

شکل ۳. کروموزوم طراحی‌شده برای بهینه‌سازی وزن و درصد شکر چغندر قند



شکل ۴. الگوریتم تابع برازندگی برای بهینه‌سازی تولید چغندر قند

### نتیجه‌گیری

در این مقاله، روشی برای مدل‌سازی به‌منظور بهینه‌سازی سیستم ارائه شده است. در این روش با به‌کارگیری شبکه عصبی، مدل‌سازی از خروجی به ورودی سیستم انجام می‌شود سپس بهینه‌سازی سیستم به کمک الگوریتم ژنتیک صورت می‌گیرد. روش ارائه‌شده با دو آزمایش ارزیابی شده است. در آزمایش اول مدل‌سازی به‌منظور

بهینه‌سازی سیستم بر روی یک سری زمانی مشخص انجام شده و در آزمایش دوم یک مجموعه داده واقعی از صنعت کشاورزی به‌کاررفته است. به کمک این مجموعه داده، مدل‌سازی با روش ارائه‌شده انجام، و نتایج آن با آزمایش‌های واقعی ارزیابی شد. نتایج کمی این مقایسه نشانگر برتری روش پیشنهادی در مقایسه با روش‌های پیشین در مدل‌سازی سیستم با مجموعه داده محدود است.

### منابع

1. K. A. Ugwa and Agwu, A. (2012). "Mathematical Modeling As A Tool For Sustainable Development In Nigeria" , *International Journal of Academic Research in Progressive Education and Development*, vol. 1, No. 2, pp. 251-258.
2. P. D. Cha., Dym C. L., and J. J. Rosenberg, (2000). "Fundamentals of modeling and analysing engineering systems," ed,
3. T. Berger, R. et al., (2013). "A survey of variability modeling in industrial practice", in *Proceedings of the Seventh International Workshop on Variability Modelling of Software-intensive Systems*, 2013.

4. D.-C. Li and C.-W. Liu, "A neural network weight determination model designed uniquely for small data set learning," *Expert Systems with Applications*, vol. 36, pp. 9853-9858, 2009.
5. S. Ingrassia and I. Morlini, "Neural network modeling for small datasets," *Technometrics*, vol. 47, pp. 297-311, 2005.
6. A. Gosavi, 2015 "Simulation-Based Optimization: An Overview", in *Simulation-Based Optimization*. vol. 55, ed: Springer US, , pp. 29-35.
7. R. H. Myers, D. C. Montgomery, and C. M. Anderson-Cook, *Response surface methodology: process and product optimization using designed experiments* vol. 705: John Wiley & Sons, 2009.
8. K. Hornik, M. Stinchcombe, and H. White, "Multilayer feedforward networks are universal approximators," *Neural Networks*, vol. 2, pp. 359-366, 1989.
9. A. Gosavi, "Parametric Optimization: Response Surfaces and Neural Networks," in *Simulation-Based Optimization*. vol. 55, ed: Springer US, 2015, pp. 37-69.
10. Gholipoor, M. et al., (2012). "The optimization of root nutrient content for increased sugar beet productivity using an artificial neural network", *International Journal of Plant Production*, Vol. 6, No. 4, pp. 429-442.
11. Khazaii, J. (2016). "Genetic Algorithm Optimization", in *Advanced Decision Making for HVAC Engineers*, ed: Springer, pp. 87-97.
12. Ali M. Z., et al., (2017). "An improved  $\rho$  of Real-Coded Genetic Algorithms for Numerical Optimization", *Neurocomputing*,
13. Bakirtzis A., and Kazarlis, S. (2016). "Genetic algorithms," *Advanced Solutions in Power Systems: HVDC, FACTS, and Artificial Intelligence: HVDC, FACTS, and Artificial Intelligence*, pp. 845-902.
14. J. Tang, C. Deng, and G.-B. Huang, (2016). "Extreme learning machine for multilayer perceptron", *IEEE transactions on neural networks and learning systems*, vol. 27, No. 4, pp. 809-821.
15. Abo-Hammour, Z. e., et al., (2013). "A Genetic Algorithm Approach for Prediction of Linear Dynamical Systems", *Mathematical Problems in Engineering*, Vol. 2013, p. 12.
16. A. L. E. Will, (2016). "Improvement of a Hybrid Evolutionary Model of Genetic Algorithms and Artificial Neural Networks", *Boletín Técnico, ISSN: 0376-723X*, Vol. 54,
17. I. Cruz-Vega, C. A. R. et al., (2016). "Genetic algorithms based on a granular surrogate model and fuzzy aptitude functions", in *Evolutionary Computation (CEC), IEEE Congress on*, pp. 2122-2128.
18. Grégoire, G. (2014). "Multiple linear regression", *European Astronomical Society Publications Series*, Vol. 66, pp, NO 45-72, 2014.

واژگان انگلیسی به ترتیب استفاده در متن

1. Parametric Optimization
2. Control Optimization
3. Response Surface Method
4. Widrow-Hoff
5. Non-linear Programming algorithm
6. Reinforcement Learning
7. Multi-Layer Perceptron
8. Back Propagation
9. Mean Square Error
10. Mean Absolutely Error
11. Multiple Linear Regression